

# VULNERABILIDAD SÍSMICA DE ESTRUCTURAS MEDIANTE SIMULACIÓN DINÁMICA ESTOCÁSTICA: APLICACIÓN A PUENTES

Lopaczek, Alejandro A.\*; Inaudi, José A.<sup>1</sup>; Gerbaudo, Guillermo M.<sup>1</sup>

\* Magíster ingeniero civil; <sup>1</sup>. Doctor ingeniero civil

Universidad Nacional de Córdoba - Argentina

alejandrolopaczek@hotmail.com

## RESUMEN

El método de evaluación y diseño por Desempeño requiere técnicas robustas para la obtención de respuesta estructural, cuantificación del daño y también para análisis de confiabilidad. En ese contexto, se presenta una metodología probabilística de vulnerabilidad sísmica para verificación de estructuras nuevas o el análisis de posibles intervenciones en estructuras existentes, a través de funciones analíticas de fragilidad obtenidas mediante simulación Monte Carlo. La técnica expuesta implica seis pasos para construir una función de vulnerabilidad, los cuales son aplicados a un puente de hormigón como ejemplo. Los resultados de vulnerabilidad pueden ser utilizados para corregir el comportamiento estructural de una red vital, proponer índices de decisión económica para evaluar prioridades de inversión ante diversas opciones de diseño con costos y plazos de ejecución disímiles o para planear la emergencia post desastre. Finalmente, también puede centrarse el análisis en los riesgos positivos, o sea las oportunidades que podrían beneficiar un proyecto.

Keywords: Fragilidad • Contexto probabilístico • Evaluación sismorresistente • Vulnerabilidad.

## ABSTRACT

*Performance based earthquake engineering requires robust analytical tools for structural response estimation, damage assessment, and reliability analysis. In this context, a probabilistic vulnerability framework is presented to evaluate alternative interventions on new or existing structures by means of analytical fragility functions computed using Monte Carlo simulation. The proposed framework consists of six basic steps to construct a vulnerability function. The methodology is applied to a reinforced concrete bridge case study. Results of the proposed approach can be used to improve the seismic assessment of a road network, to define a general priority for budget allocation among diverse design options with dissimilar costs and schedules, and to better plan post-emergency actions. Finally, the analysis can also be focused on the positive risks, which are those that could benefit a given project.*

Keywords: Fragility • Probabilistic framework • Seismic assessment • Vulnerability.

## 1 INTRODUCCIÓN

Se considera la importancia de establecer un instrumento íntegro que ayude a la toma de decisiones durante la evaluación y gestión de escenarios de riesgo de zonas urbanas y servicios vitales. Por ejemplo, ante un terremoto, si existe interrupción de tránsito en un puente, los servicios de emergencia no podrán acceder a la zona de desastre; y el problema se verá agravado doblemente.

La toma de decisiones implica una optimización restringida que requiere la especificación de un factor de compromiso (importancia relativa de seguridad versus costos o inversión). Sin embargo, al tomar una decisión suele intervenir la probabilidad que ocurra algún escenario (E) dada la ocurrencia previa del evento

perturbador (que en muchas ocasiones no es conocido). En consecuencia, cuando estas probabilidades han sido estimadas *antes* de tomar la decisión, se trata un proceso de *decisión bajo riesgo*, mientras que si son desconocidas se habla de *decisión bajo incertidumbre*.

Este trabajo presenta una metodología de análisis de vulnerabilidad sísmica en una estructura la cual puede utilizarse, tanto durante la fase de diseño como para evaluación de refuerzos estructurales con disímiles costos directos e indirectos; por tanto, está relacionada al proceso de *decisión bajo riesgo*. Por lo antes expuesto, el análisis requiere determinar la probabilidad que los daños se materialicen, y las consecuencias que provocan los mismos, tanto relativo a lesiones físicas como a pérdidas económicas. Para su resolución, pueden emplearse modelos matemáticos o recurrirse a la subjetividad. Este trabajo hace referencia a planteos analíticos.

Finalmente, no deben olvidarse las *oportunidades* conformadas por eventos inciertos que pueden beneficiar al proyecto. Este hecho implicaría la selección de una ubicación distinta de la estructura o el cambio de una filosofía de diseño por ejemplo.

## **2 OBJETIVOS Y ALCANCE**

En la profesión cabe distinguir entre (a) evaluaciones orientadas al análisis de daño (con niveles diversos de detalle), fragilidad, vulnerabilidad y posterior cuantificación del riesgo sísmico en una estructura para diversos escenarios; versus (b) tradicionales técnicas de diseño y rehabilitación incluidas en reglamentos y recomendaciones, con posterior verificación del comportamiento sísmico acorde a lineamientos prescriptivos. Se ignoran en este trabajo los procedimientos (b), porque interesa explicar aquí la cuantificación del daño físico y económico en un contexto orientado a la gestión de riesgo.

Específicamente, primero se despliega un esquema de estudio de vulnerabilidad donde se explican los conceptos del método a medida que se desarrolla un ejemplo sobre un viaducto de 224m de longitud ubicado en Jujuy. El mismo posee 8 vanos simplemente apoyados y 7 pilas esbeltas constituidas por tres columnas de hormigón armado de 1.8m de diámetro. Estudios preliminares referidos al presente trabajo, como así también detalles del puente, se encuentran en <sup>(1)</sup>.

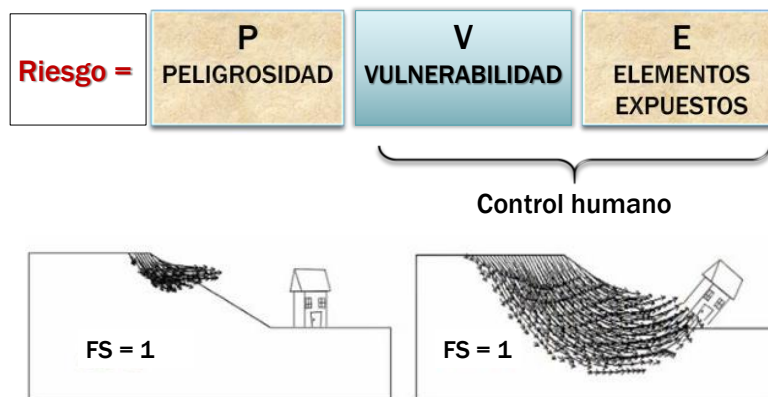
El resultado consistirá en una función de vulnerabilidad probabilística específica para esta estructura (que podría extenderse a evaluación de Riesgo según se explicará más adelante). Una vez establecida la relación entre las variables, la implementación permite identificar qué partes del puente contribuyen mayormente a los daños totales, permitiendo al proyectista variar el diseño o evaluar la relación costo-beneficio ante diversas opciones técnicas. Cabe señalar que no forman parte del trabajo la comparación de alternativas con dispositivos reductores de vibración ni el análisis detallado de costes.

Para ilustrar la obtención de demanda estructural se efectúa análisis dinámico incremental en sentido longitudinal del viaducto. El puente es sometido a numerosos acelerogramas artificiales con severidad creciente para niveles leves a moderados; sin arribar al estado de ruina o mecanismos de colapso, porque interesa evaluar el incremento de las repercusiones económicas de reparación.

El procedimiento que se describe es ideal para asistir al análisis y diseño probabilístico por Desempeño (siglas PBEE-2 en inglés), en su segunda versión, establecido según objetivos cuantitativos explícitos. Sin embargo, no debe olvidarse que para lograr protección sísmica, además de los diversos análisis que puedan efectuarse; es fundamental establecer criterios de aseguramiento de calidad durante toda la vida del proyecto.

### 3 DEFINICIONES

- Peligrosidad sísmica (P) es la probabilidad que el parámetro escogido para cuantificar el movimiento del suelo (IM) debido a la ocurrencia de un terremoto, sobrepase un nivel umbral ( $im^*$ ) durante cierto período de tiempo (T). En general, los parámetros que relacionan el tamaño con la destructividad son: magnitud, momento, intensidad, indicadores cinemáticos máximos, etc. La magnitud y el momento sísmico están relacionados con la energía liberada en el foco del terremoto, mientras que los parámetros cinemáticos están vinculados con la señal de movimiento registrada en un punto de la superficie.
- Vulnerabilidad (V) de un elemento o grupo de elementos expuestos (E) durante un período de tiempo dado, es la relación entre la perturbación y la consecuencia causada por ella, expresada en una escala de 0 (sin daño) a 1 (pérdida total).
- Riesgo (R) es la cuantificación de pérdidas dada la ocurrencia de un suceso particular y como función de la peligrosidad y vulnerabilidad de los elementos expuestos; tales como las construcciones y las actividades económicas. Así, el riesgo en un cierto sitio, es la probabilidad condicionada de exceder un nivel de consecuencias económicas, sociales o ambientales durante un período expuesto, dada cierta intensidad ( $im^*$ ) de evento perturbador. Existen normas que incluyen un glosario de términos y sugerencias para administración de riesgo. Entre las específicas para estructuras se encuentran <sup>(2)</sup> y <sup>(3)</sup>. Se muestra en la Figura 1 la vinculación entre los conceptos.



Dos taludes en la falla con consecuencias totalmente diferentes; y por tanto con **distintos niveles de Riesgo**.

Figura 1. Relación entre peligrosidad, vulnerabilidad y estructuras expuestas.

El trabajo despliega un esquema que busca establecer consistencia en las elecciones efectuadas por evaluadores distintos; y ofrecer una estructura transparente de análisis para la justificación ante el Comité evaluador de los motivos para arribar a determinada opción técnica.

### 4 SIMULACIÓN

Tanto la aleatoriedad como incertidumbre se pueden describir mediante distribuciones de probabilidad. Por lo tanto, una función puede reflejar en parte el carácter estocástico del sistema analizado y en parte la incertidumbre acerca del comportamiento de la variable. La *Variabilidad Total* es la combinación de aleatoriedad e incertidumbre.

El *muestreo* de posibles valores que puede tomar una variable permite calcular estadísticamente el valor final de una secuencia de sucesos sujetos a variabilidad; tal como por ejemplo, los límites de capacidad resistente de un componente o la probabilidad de alcanzar determinado estado de daño, o incluso el plazo en el diagrama de Gantt y el coste de un proyecto. En práctica, el muestreo mediante simulación consiste en ejecutar varias veces los diferentes sucesos variando aleatoriamente su valor en términos de la función estadística que los define, dando como resultado un conjunto de valores finales. Éste, a su vez, permite calcular el valor medio y la variabilidad del conjunto.

La simulación Montecarlo es una técnica que requiere un elevado número de muestras para conseguir una adecuada representatividad de la función de distribución de la variable (típicamente miles o decenas de miles). Fundamentalmente, generar muestreo involucra los pasos de la Tabla 1.

PASOS
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Diseñar el modelo o árbol lógico de decisión.</li> <li>2. Especificar distribuciones de probabilidad para las variables aleatorias relevantes.</li> <li>3. Incluir posibles dependencias entre variables.</li> <li>4. Muestrear valores de las variables aleatorias.               <ol style="list-style-type: none"> <li>4.1 Se genera un número aleatorio entre 0 y 1 a partir de una distribución Uniforme estándar.</li> <li>4.2 El valor obtenido se usa para alimentar la ecuación correspondiente a la Función Inversa de la distribución de probabilidad muestreada.</li> </ol> </li> <li>5. Calcular el resultado del modelo según los valores del muestreo (iteración) y registrar el resultado.</li> <li>6. Repetir el proceso hasta tener una muestra estadísticamente representativa.</li> <li>7. Obtener la distribución de frecuencias del resultado de las iteraciones.</li> <li>8. Calcular la media, la desviación estándar y percentiles acumulados.</li> </ol> <p>Nota: Cuanto mayor sea el tamaño de la muestra, mayor será el ajuste entre la distribución muestral y la distribución teórica sobre la que se basa la muestra (Desigualdad de Tschebycheff).</p>

Tabla 1. Concepto del muestreo aleatorio mediante simulación Montecarlo

## 5 VULNERABILIDAD BASADA EN COMPONENTES (VBC)

La técnica para abordar a funciones de vulnerabilidad que aquí se presenta está basada en el aporte de los componentes más relevantes de la estructura, y se implementa en este trabajo mediante muestreo Montecarlo.

Las ventajas de esta metodología son el tratamiento totalmente probabilístico y la evaluación detallada del daño, sin basarse en la subjetividad ni en estados límites cualitativos que suelen dar lugar a interpretaciones diversas entre analistas. A pesar que el método está enfocado al análisis de construcciones individuales; pueden generarse también relaciones para categorías generales de construcciones a partir de repetir el análisis para numerosas tipologías.

La evaluación de vulnerabilidad se divide en dos grupos, según: (a) técnicas basadas en un tipo de estructura (una amplia categoría, en la cual una tipología estructural particular está contenida; tales como Hazus<sup>(4)</sup>, CAPRA<sup>(5)</sup> y RiskScape<sup>(6)</sup> y, (b) metodologías fundadas en análisis estructural detallado de una estructura particular.

El presente trabajo pertenece al último grupo nombrado y es considerado un complemento al clásico análisis basado en métricas netamente estructurales <sup>(7)</sup>. La separación en etapas del proceso puede ser tan resumida o tan extensa como se desee; no obstante cabe numerar las etapas indicadas a continuación.

El análisis cuantitativo involucra los seis pasos ilustrados en la Figura 2. Primero se determina la ubicación del bien expuesto y los detalles constructivos; diferenciando componentes estructurales y no estructurales. Luego, se seleccionan acelerogramas apropiados para la sismicidad del sitio o bien se generan artificialmente. Puede encararse análisis de peligrosidad sísmica por escenarios o bien aplicarse distribuciones probabilísticas.

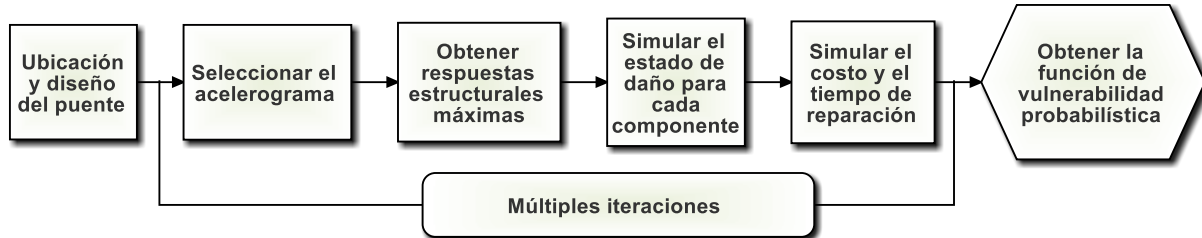


Figura 2: Etapas del análisis de vulnerabilidad en una estructura

En tercer lugar se confecciona el modelo estructural y se determinan las demandas máximas de interés mediante análisis dinámicos. Estas respuestas, al ser comparadas con las capacidades por tipo de componente de interés que las involucra, se utilizan para generar funciones de fragilidad; tal como se muestra en la Figura 4. A partir de ellas, puede simularse el estado de daño de los componentes de acuerdo a la probabilidad de falla. Los estados de condición límite son establecidos con análisis auxiliar según modos de rotura prevalecientes y las tareas necesarias para repararlo, y se refieren a una condición de daño definida sin ambigüedad. Entonces, condicionado al nivel de daño simulado, en el quinto paso se añaden los respectivos costos y duraciones de reparación según clase de componente. A continuación se obtiene el costo total conformado por el aporte de los diversos elementos de la estructura.

Una vez armado el esquema de cálculo, el procedimiento descrito es repetido numerosas veces por nivel de intensidad sísmica variando el acelerograma y otros parámetros aleatorios que intervienen, a fin de considerar la variabilidad sísmica, la incertidumbre en la respuesta estructural; en los costos y en los plazos de reparación. Con las muestras así obtenidas, finalmente se produce la función de vulnerabilidad,  $(Y)$ , en relación al costo de reemplazo de una estructura nueva, según presenta la Figura 3.

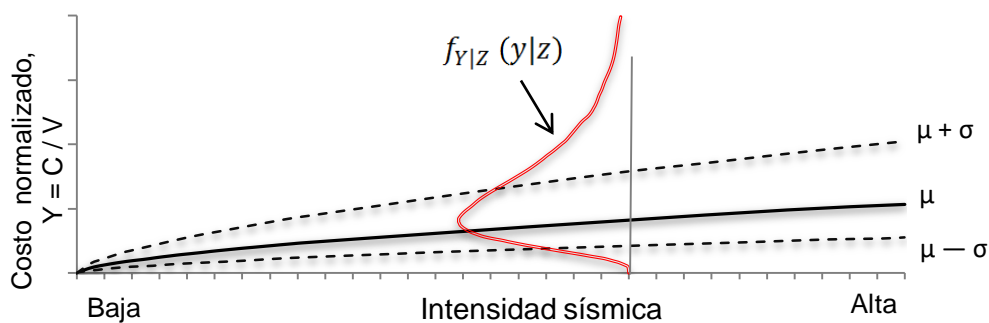


Figura 3. Función media de vulnerabilidad y su desviación estándar. Se indica también la densidad de probabilidad del factor de costo ( $Y$ ) para una intensidad sísmica específica en abscisas (un escenario de peligrosidad).

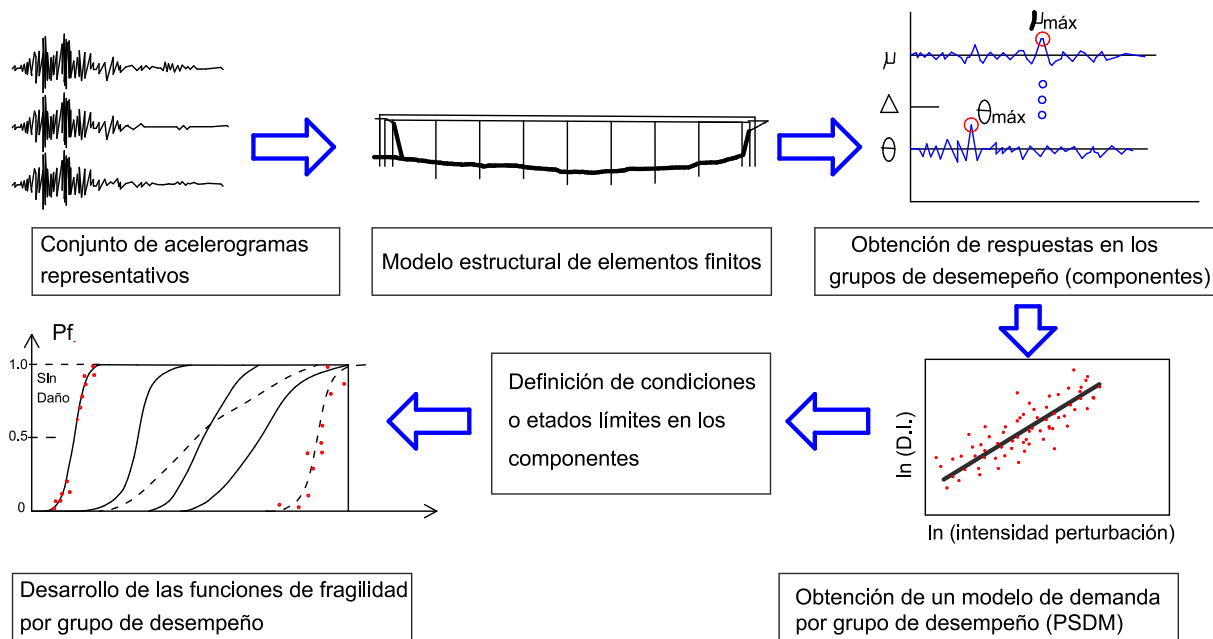


Figura 4. Procedimiento para construir funciones de fragilidad por medio de análisis dinámicos no lineales y límites de capacidad pre analizados

## 6 EVALUACIÓN PROBABILÍSTICA DEL DESEMPEÑO

La vulnerabilidad basada en componentes (VBC) ha sido extendida en los últimos años <sup>(8),(9)</sup>. Por lo que se hará mención al enfoque propuesto por el Pacific Earthquake Engineering Research (PEER, Berkeley, EEUU) para cuantificar de un modo formal el riesgo sísmico de una estructura mediante etapas sucesivas de estudio; entre ellas el de vulnerabilidad <sup>(10)</sup>. La Figura 5 y la ecuación 1 definen el esquema de análisis mediante módulos vinculados a través de relaciones analíticas intermedias. El aporte de las probabilidades condicionales se efectúa entre las siguientes variables: parámetro de intensidad sísmica (IM), demanda estructural (EDP), cuantificación del daño (DM) y un parámetro de decisión (DV) que mide consecuencias; comúnmente pérdidas económicas. El resultado hallado en cada etapa es combinado sucesivamente en base al teorema de probabilidad total <sup>(11), (12), (13)</sup>, entre otros.

El planteo asume variables independientes y que la estructura es restaurada luego de haber sufrido daño <sup>(14)</sup>. Vale indicar que el procedimiento puede adaptarse al análisis de inestabilidad de taludes, licuación de suelos, inundaciones, tornados, liberación de radioisótopos, etc.

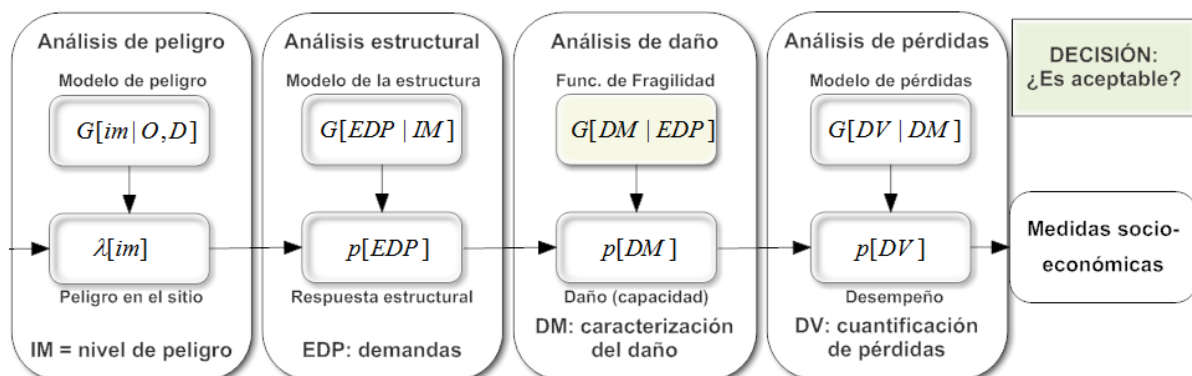


Figura 5. Evaluación basada en el desempeño probabilístico (PBEE-2)

$$p[DV] = \lambda(DV > dv) = \int_{im} \int_{dm} \int_{edp} \underbrace{G(dv|dm)}_{\text{análisis de pérdidas}} \underbrace{dG(dm|edp)}_{\text{análisis de daño}} \underbrace{dG(edp|im)}_{\text{análisis de la respuesta}} \left| d \lambda(im) \right|_{\text{peligro sísmico}} \quad (1)$$

Esta perspectiva aplica funciones de distribución acumulativa *complementaria* de probabilidad de la variable X, condicionada a la ocurrencia previa de un valor particular de la variable Y. Una función complementaria se define según:

$$G_{X|Y}(x|y) = 1 - F_{X|Y}(x|y) = P[X > x|Y = y] \quad (2)$$

Por otro lado, cabe apreciar que 'dG(e)' significa la densidad de probabilidad ' $f_E(e)$ ' de la variable (E). Este análisis no considera factibles en el sitio dos o más amenazas en simultáneo. Sin embargo, la ecuación 1 puede separarse en términos según tipo de amenaza y luego asignarse factores binarios de peso a cada uno <sup>(15)</sup>. Notar que las variables EDP, DM y DV son medidas de desempeño con diferentes lenguajes (demanda, daño, pérdidas).

La resolución a través de simulación usualmente es la más directa. Sin embargo, soluciones analíticas cerradas interesan para establecer futuros métodos de aplicación rutinaria en oficinas tradicionales o para su futura implantación en reglamentos <sup>(16), (17)</sup>.

Seguidamente, se listan las relaciones entre parámetros:

- $G(edp | im)$  es la función complementaria de distribución de la variable de demanda (EDP) condicionada al parámetro de intensidad (IM) escogido.
- $G(dm | edp)$  implica la función complementaria de la variable de pertenencia al estado de daño (DM), condicionada a la ocurrencia de la solicitud (EDP).
- $G(dv | dm)$  alude la variable de consecuencias (DV), dada la ocurrencia de un estado de daño simbolizado con el parámetro (DM).
- La función probabilística de peligrosidad sísmica en el sitio es  $\lambda(im)$ ; define la tasa media anual de excedencia del parámetro (IM) respecto a un umbral particular ( $im^*$ ), predefinido por sismólogos en base a evidencia geológica e instrumental <sup>(18)</sup>.

Dado que los fundamentos sobre los cuales se sustenta la metodología del PEER escapan del presente artículo, a continuación se aplicarán directamente los conceptos a un caso de estudio. El desafío adicional radica en lograr una implementación tal que resulte práctica en una oficina de proyectos.

## 7 CASO DE ESTUDIO

Tomado en conocimiento las condiciones geológicas-geotécnicas del sitio y del diseño, se crea un modelo numérico de la estructura; el cual puede ser determinístico, representado por propiedades constitutivas medias; o bien probabilístico variando dichas propiedades aleatoriamente en cada ejecución. Además se prepara un inventario que clasifique por '*grupos de desempeño*' (GD) los elementos factibles de sufrir daño. La lista debe incluir aquellos considerados con mayor incidencia en los costos e identificación del daño, pero no debe ser muy detallada. Un (GD) contiene uno o varios elementos de la construcción cuyo comportamiento son igualmente afectados por una respuesta estructural dada, junto con respectivos cómputos de costos y plazos de reparación.

Paralelamente, en cada (GD) se definen adecuados *estados de daño* en los componentes incluidos en él. Las distribuciones probabilísticas de capacidades límite pueden generarse ad hoc o bien encontrarse en base de datos (lógicamente pueden aplicarse límites determinísticos de capacidad, a costa de restar credibilidad al análisis). En consecuencia, cuando se compare demanda versus capacidad se tendrán funciones de fragilidad asociadas a cada estado límite de resistencia por clase de componente. A continuación se diagraman los pasos del análisis de vulnerabilidad.

## 7.1 Grupos de desempeño (GD)

Es primordial elegir el parámetro de respuesta estructural global o local apropiado al caso. Por ejemplo, en columnas puede definirse el comportamiento según máximo desplazamiento relativo, rotación de la cuerda, ductilidad de desplazamiento y otras opciones. Por otra parte, los grupos de desempeño geotécnicos tendrán su propia definición de demanda y capacidad en la fundación (por ejemplo según desplazamientos residuales en el cabezal de los pilotes).

Para el puente, cuya geometría se presenta en la Figura 6, cabe distinguirse al menos seis clases de grupos:

- 1) Columnas I: implica la más desfavorable de las pilas P1, P2, P3 y P7.
- 2) Columnas II: engloba la columna más desfavorable de las pilas P4, P5 y P6.
- 3) Tableros y aparatos de apoyo: un grupo de comportamiento por cada vano.
- 4) Estribos: un grupo para cada uno. En principio puede agruparse losa de aproximación, sistema de fundación, topes de hormigón, aparatos de apoyo, los muros y el relleno de suelo.
- 5) Topes antisísmicos: un grupo para cada una de las pilas del puente.
- 6) Fundaciones: un grupo de desempeño por cada pila del puente.

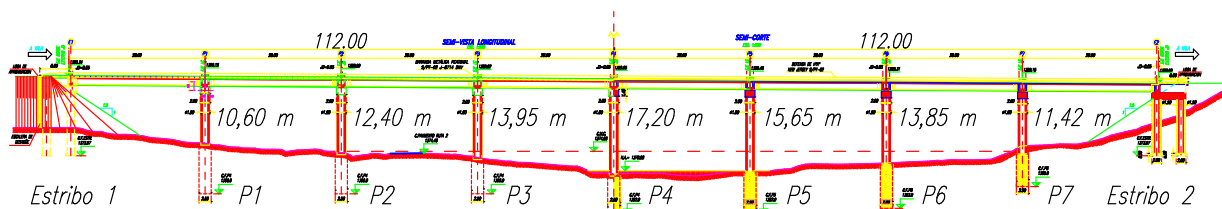


Figura 6. Geometría longitudinal del puente utilizado para ejercitación.

Según esta definición son 24 los grupos de comportamiento; los cuales requieren individualizar el daño físico y económico. Cada GD posee su propio número de niveles discretos de daño asociado a capacidades límite. No obstante, por razones prácticas y entendiéndose que el análisis completo constituye una extensión de los conceptos, este trabajo se limitó a los GD de las Columnas I y II (pilas P1 y P6).

## 7.2 Acción sísmica

El requisito ideal es que primero se analice la peligrosidad del emplazamiento con un método determinístico o probabilístico. En rigor debería utilizarse este último para que los resultados guarden consistencia con los pasos subsiguientes.

Para crear una función de vulnerabilidad se requiere cubrir un rango adecuado de intensidades sísmicas (IM) crecientes; las cuales pueden ser aceleraciones espectrales en el período fundamental de la estructura ' $S_a(T_1)$ ', parámetros cinemáticos, intensidad de Arias o cualquier otro. En este trabajo el parámetro (IM) se representó con aceleración máxima esperada horizontal en la roca basal (PGA),

porque ha constituido la opción apropiada en numerosas publicaciones referidas a puentes <sup>(19),(20),(21)</sup>, entre otros.

El viaducto se encuentra en la zona 3 del Reglamento INPRES - CIRSOC 103 (1991), catalogada como de elevada peligrosidad. Acorde a estudios geotécnicos in situ los suelos se clasifican como tipo I (muy compactos). Cabe indicarse que el (PGA) de diseño corresponde a 0,29g ( $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ) y no se dispone de ninguna función de peligrosidad  $\lambda(im)$  explícito para el proyecto.

En la práctica, diversas señales simuladas o registros escalados se pueden utilizar para modelar la variabilidad de la excitación según cada nivel de intensidad sísmica. Sin embargo, estimado el más factible escenario sísmico en el sitio, los acelerogramas afectados deben manifestar aproximadamente las magnitudes, los mecanismos de falla, las distancias y las condiciones del suelo apropiados al sitio <sup>(22)</sup>. Conviene también diferenciar terremotos de tipo impulsivos de aquellos con características vibratorias porque ocasionan respuesta estructural totalmente diferente. Los acelerogramas de campo cercano imponen gran demanda de desplazamiento a través de fuertes pulsos de aceleración y velocidad (la respuesta no lineal se reduce a unos pocos ciclos, llegando en algunos casos a desarrollarse en un solo ciclo).

Si únicamente se conoce el espectro elástico de diseño, puede simularse un conjunto de señales compatibles con el primero, según diversas interpretaciones y técnicas. En este trabajo se crearon 30 acelerogramas cuyo espectro medio resulta estadísticamente compatible respecto al objetivo, acorde a una técnica planteada en <sup>(23)</sup>. Luego, si el PGA informado para el sitio es interpretado como variable aleatoria según su valor esperado,  $IM = E[PGA]$ , a esta treintena simulada (semilla) se le aplicó escalamiento de PGA según diez niveles de severidad mostrados en la Figura 7, creándose 300 señales para el rango de valores esperados de 0,07g a 0,83g.

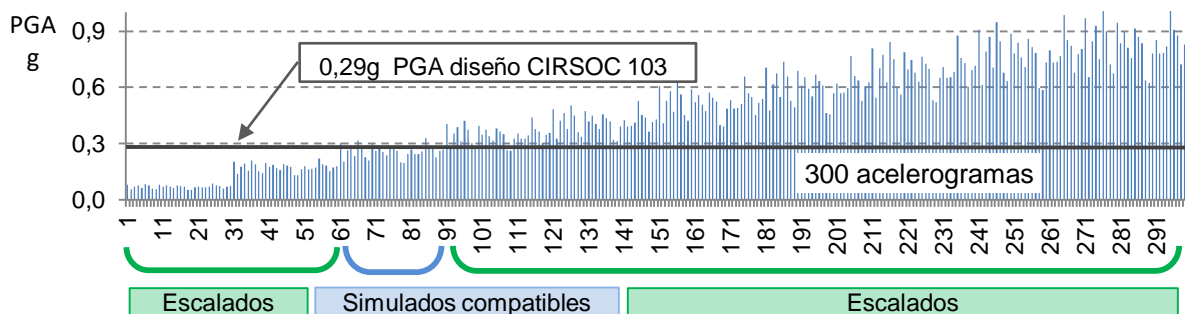


Figura 7. Aceleraciones máximas de las señales utilizadas en los análisis dinámicos

### 7.3 Análisis estructural y modelo probabilístico de demanda

La evaluación y diseño en base al Desempeño probabilístico (PBEE-2) requiere ejecutar análisis dinámicos de respuestas en el tiempo para incursionar en campo inelástico (dejándose de lado la suposición de propiedades lineales equivalentes en un sistema de un grado de libertad para la estructura, los análisis estáticos no lineales a carga incremental y el método del espectro de capacidad; presentes en la primera generación del diseño por Desempeño, sin desmerecer sus virtudes).

Grandes muestras de respuestas máximas se requieren para arribar a estadígrafos creíbles de la demanda; generalmente la mediana y la dispersión. Para su obtención, en este trabajo se aplicó *Análisis dinámico incremental* <sup>(24),(25)</sup>.

El modelo numérico considera no linealidad material elastoplástica en regiones discretas de columnas mediante longitudes plásticas equivalentes <sup>(26)</sup> más una implementación que permite representar ciclos de histéresis con regla de

endurecimiento cinemático para las barras de acero longitudinales. Fuera de dichas zonas, que se muestran en la Figura 8, se dispusieron elementos convencionales con propiedades efectivas de hormigón. El tablero del puente permanece en rango elástico <sup>(27)</sup>.

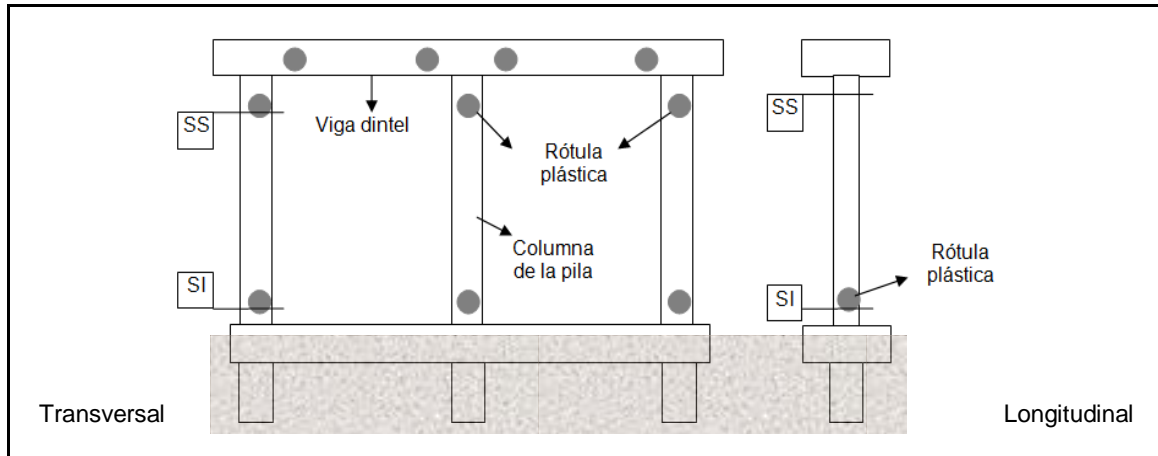


Figura 8. Ubicación de las rótulas plásticas discretas en una pila típica

Obtenidas las respuestas en cada (GD), luego con transformación lognormal de variables y ajuste por regresión lineal se construye el modelo analítico para la Demanda, dada la perturbación sísmica,  $G_{EDP|IM}(edp|im)$  que se observa en la Ec. 1 <sup>(28),(29)</sup>. Una ley de potencias es el nexo con la función de distribución de la demanda. La misma se deduce en la Ec. 3 junto a la Figura 9.

$$\begin{aligned} E\hat{D}P &= S_{EDP|IM} = a IM^b \quad (\text{mediana en el espacio lineal}) \\ E[\ln(EDP|IM = im)] &= \ln(E\hat{D}P) = \ln(a) + b \ln(im) \quad (\text{espacio logarítmico natural}) \end{aligned} \quad (3)$$

La desviación estándar del residuo con media nula para (N) acelerogramas involucra la siguiente ecuación (asumida constante en el rango local de interés):

$$\hat{\sigma}_e = \beta_{EDP|IM} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [\ln(EDP_i) - \ln(a IM_i^b)]^2}{N - 2}} \quad (4)$$

Luego, si 'ln (EDP | IM)' es Gaussiano; la probabilidad que la Demanda supere un umbral (x), condicionada a la severidad sísmica (IM = im); implica:

$$G_{EDP|IM}(x|im) = 1 - \phi\left(\frac{\ln(x) - [\ln E\hat{D}P]}{\hat{\sigma}_e}\right) = 1 - \phi\left(\frac{\ln(x) - [\ln a + b \ln im]}{\beta_{EDP|IM}}\right) \quad (5)$$

Al reordenar términos resulta la siguiente función complementaria de probabilidad:

$$G_{EDP|IM}(x|im) \equiv \phi\left(\frac{\ln(im) - \frac{\ln(x) - \ln(a)}{b}}{\frac{\beta_{EDP|IM}}{b}}\right) \quad (6)$$

El término  $\Phi(\cdot)$  es la función estandarizada o acumulativa Normal estándar. Vale notar que la regresión lineal comete error a medida que la demanda se acerca al colapso o inestabilidad, tanto por bloqueo numérico como por razones físicas.

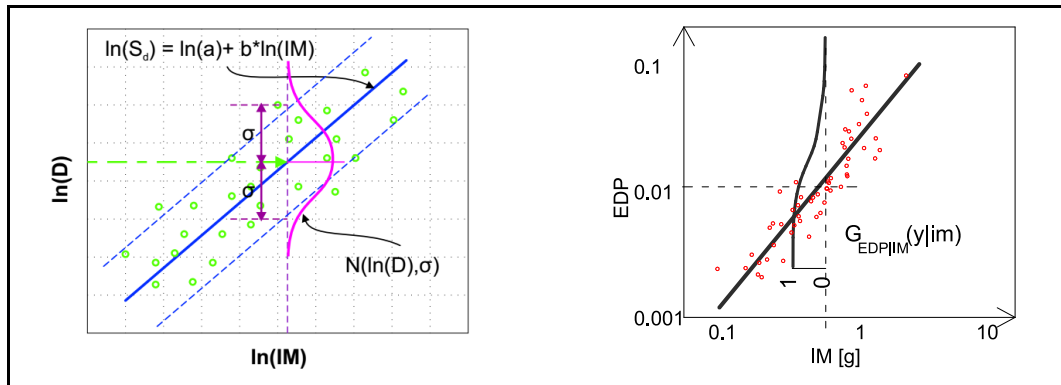


Figura 9. Modelo probabilístico de la demanda mediante regresión lineal.

A continuación se ilustra la obtención de  $G_{EDP|IM}(x|im)$  para dos casos del viaducto. El primero se refiere al grupo de desempeño *Columnas I* y está basada en la regresión lineal descrita, mientras que el segundo involucra demandas en *Columnas II*, pero allí se aprovecha para explicar una alternativa empírica.

- *Columnas (I)*. La Figura 10 presenta 300 rotaciones relativas máximas  $\{max|\theta_{R33}\}$  monitoreadas en la sección dúctil de la Pila 1. Allí se aprecia correlación positiva y un valor de  $R^2$  mayor a 0,70 que indica relación entre  $\ln(ux)$  y  $\ln(PGA)$  casi lineal. Se obtuvo  $\{\ln \widehat{EDP}_{\theta P1} = -8.02 + 1,68 \ln IM_{PGA}\}$  con dispersión  $\beta_{EDP|IM} = 0,44$ . La Ec. 6 ahora es apta para establecer la distribución complementaria deseada; sin embargo, aún falta definir umbrales de capacidad ( $x$ ).

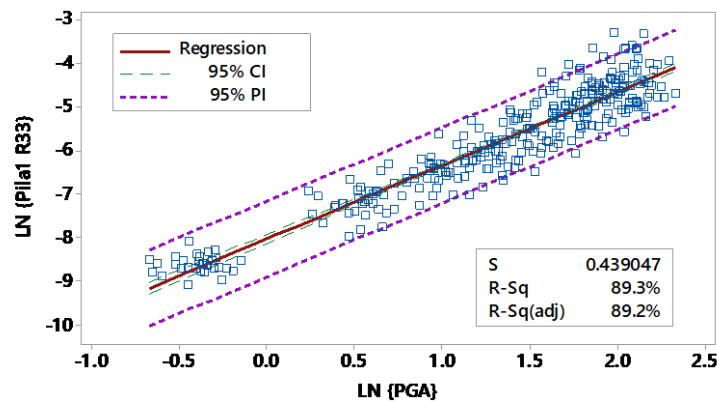


Figura 10. Regresión lineal para EDP = máxima rotación inferior 'R33' en la Pila 1

- *Columnas (II)*. Si se computa la frecuencia relativa de acelerogramas que producen demandas mayores a una condición límite ( $x$ ) pre-establecida de resistencia, surge la siguiente representación sin parámetros:

$$G_{EDP|IM}(x|im) = \frac{n^\circ \text{ de respuestas} | im > x}{n^\circ \text{ total de respuestas} | im} \quad (6)$$

La Figura 11; **Error! No se encuentra el origen de la referencia.** exhibe 300 rotaciones máximas  $\{|\theta_{R33\_P6}\}$  obtenida en la rótula inferior de la columna central de pila P6. En ella, cada faja implica 30 respuestas pico, halladas para distintos niveles sísmicos, según la definición dada en §7.2.

A diferencia del ajuste por regresión, esta técnica requiere un número mucho mayor de solicitudes por faja de intensidad (pga) para caracterizar adecuadamente el

modelo. Además, encuentra dificultad cuando urge estimar probabilidad de excedencia para demandas extremas. No obstante, constituye una muy útil opción cuando sólo se analizan determinados escenarios de peligrosidad.

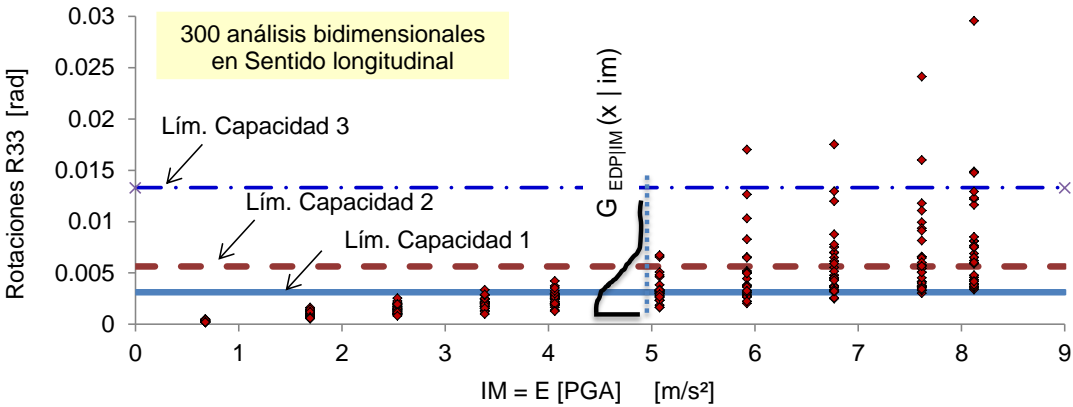


Figura 11. Demanda (EDP) de rotaciones máximas para Columnas II

La Figura 12 reproduce como ejemplo la relación empírica  $G_{EDP|IM}(x|im)$ , particular al escenario de peligrosidad  $IM = E[PGA] = 5,08 \text{ m/s}^2$ .

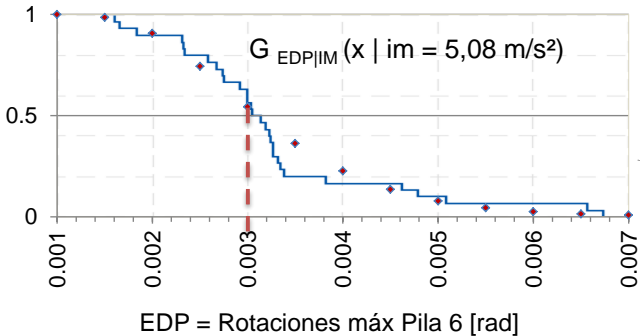


Figura 12. Distribución complementaria empírica de demanda: Columnas II

**7.4 Estados de capacidad límite**

Las definiciones y criterios para indicadores de daño pueden consultarse en diversas fuentes bibliográficas. Para el puente se determinaron los límites de resistencia determinísticos reproducidos en la Tabla 2 según rotaciones en las rótulas plásticas inferiores de las columnas. En base a <sup>(30)</sup>, se analizaron sus secciones transversales según la relación entre momento flector, curvatura y carga axial. No obstante, la Figura 13 muestra una rotura asociada al modo de rotura por corte, que toma relevancia en columnas no esbeltas.

Para ilustrar el análisis probabilístico (tal si se dispusieran distribuciones empíricas obtenidas en ensayos o relevamientos), se asume aquí que la dispersión lognormal en los dos primeros límites es  $\beta_{c1,2} = 0,15$  mientras que para el tercero es  $\beta_{c3} = 0,4$  (en general aumenta la dispersión con la degradación). Por otra parte, dichos umbrales de daño suelen asumirse coincidentes con la mediana de capacidad ( $S_c$ ). Vale destacar que si se emplean capacidades según expresiones de reglamentos, se deben aplicar éstas sin sus correspondientes factores de reducción de resistencia.

Capacidad rotación R33 en Pilas P 1, 2, 3 y 7				Capacidad rotación R33 en Pilas P 4, 5 y 6		
Grupo de desempeño (GD): columnas I				Grupo de desempeño (GD): columnas II		
SERVICIO	LS 1	$S_{c1} =$	0.00257 [rad]	0.00313 [rad]	$\beta_{c1} =$	0,15
REPARABLE	LS 2	$S_{c2} =$	0.00604 [rad]	0.00563 [rad]	$\beta_{c2} =$	0,15
IRREPARABLE	LS 3	$S_{c3} =$	0.01512 [rad]	0.01330 [rad]	$\beta_{c3} =$	0,40

Tabla 2. Límites de capacidad en la rótula plástica inferior (sentido longitudinal)

Otras respuestas trascendentes a considerar es el comportamiento de las vigas dintel, los pilotes de fundación, los muretes frontales en estribos, grandes deformaciones del suelo y otros modos de falla que el proyectista considere importante. Naturalmente, el presente análisis 2D puede ser mejorado en futuras revisiones dado el esquema modular de la Figura 5.



Figura 13. Falla por corte en una columna – Wenchuan, China 2008 (foto: FHWA) <sup>(31)</sup>

### 7.5 Modelos probabilísticos de daño estructural

Conocidos los modelos de demanda y capacidad resistente, en esta etapa se calculan probabilidades que un componente experimente daño (DM) condicionado al nivel de respuesta estructural máximo (EDP) alcanzado (dada la ocurrencia, a su vez de un nivel de intensidad sísmica 'IM = im' en el sitio). Dicha afirmación se representa en la Figura 5 y en el integrando de la Ec. 1. En síntesis, las funciones de fragilidad interesan para efectuar simulación Monte Carlo de posibles estados de daño bajo un contexto de confiabilidad estructural.

Si las variables que definen Demanda y Capacidad se asumen distribuidos log normalmente (su logaritmo natural está normalmente distribuido); el planteo analítico se ve facilitado. Así, asociado a una definición de daño (dm) la mediana ' $S_c$ ' (percentil Q = 50) y la dispersión respecto a la mediana ' $\beta_c$ ' identifican un estado límite de capacidad del componente. En dicho contexto vale la Ec. 7:

$$P[DM > dm|EDP] = P[LS|IM] = P[D \geq C|IM] = \Phi \left( \frac{\ln(S_{EDP|IM}/S_c)}{\sqrt{\hat{\beta}_{EDP|IM}^2 + \hat{\beta}_c^2}} \right) \quad (7)$$

que permite calcular la probabilidad que determinado componente *pertenezca* a cierto estado discreto de daño 'DM' = {d<sub>0</sub>: nulo, d<sub>1</sub> leve, d<sub>2</sub> grave, ..., n} condicionada

a la demanda (EDP) en dicho elemento. Un estado discreto se define por la diferencia entre dos sucesivas funciones de fragilidad.

Una *función de fragilidad* entonces combina tres aspectos: la variabilidad de la perturbación (que generalmente predomina sobre el análisis) y la incertidumbre presente en las respuestas debido a hipótesis con las cuales se creó el modelo estructural más la incertidumbre en los límites de resistencia del componente.

En particular, la fragilidad hallada con el modelo de demanda y regresión lineal es:

$$P[LS|IM] = \phi \left( \frac{\ln(IM) - \frac{\ln(S_c) - \ln(a)}{b}}{\frac{\sqrt{\hat{\beta}_{EDP|IM}^2 + \hat{\beta}_C^2}}{b}} \right) \quad (8)$$

- Para *Columnas I*, se conocen los límites de la Tabla 2 por un lado; y por otro, los parámetros del modelo de demanda hallados con regresión en §7.3.
- Para *Columnas II*, la Tabla 3 exhibe tasas de excedencia de demanda, halladas con 300 acelerogramas, versus los límites de capacidad de la Tabla 2. La técnica con frecuencias relativas puede necesitar un ajuste posterior a una relación paramétrica.

Columnas grupo II		N° de respuestas > Límite de Capacidad j			
Nivel intensidad	E[PGA] m/s <sup>2</sup>	NULO	LS 1	LS 2	LS 3
1	0.677	1	0	0	0
2	1.692	1	0	0	0
3	2.539	1	0	0	0
4	3.385	1	0.033	0	0
5	4.062	1	0.133	0	0
6	5.077	1	0.5	0.067	0
7	5.923	1	0.6	0.2	0.033
8	6.769	1	0.933	0.367	0.033
9	7.616	1	0.967	0.5	0.067
10	8.123	1	1	0.633	0.1

Tabla 3. Tasas de superación de tres límites de capacidad, dado IM = E[PGA]

La Figura 14 esboza una fragilidad discreta (puntos) junto a su ajuste a una función, representadas con líneas continuas.

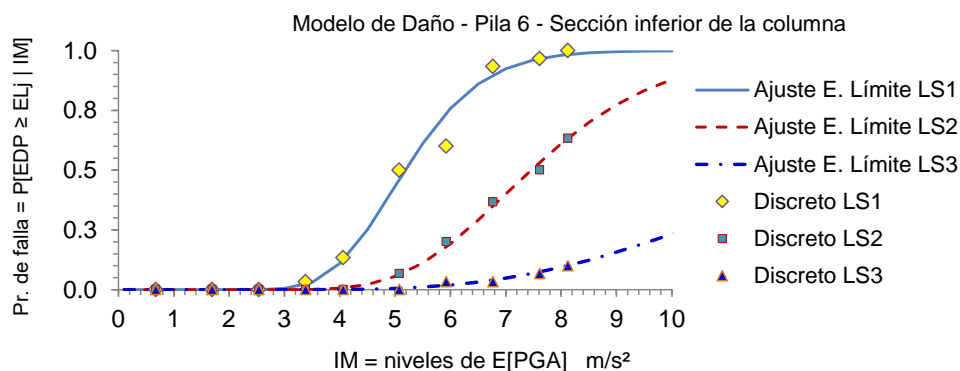


Figura 14. Función de fragilidad para rotaciones en (GD) Columnas II

La pertenencia a cierto nivel de daño (d) o (d+1); dada la ocurrencia de un evento sísmico es un hecho incierto que puede simularse mediante un generador de

números aleatorios uniforme estándar y el método de la inversa. Luego, cuando los niveles están ordenados de menor a mayor destrucción, una probabilidad de masa es obtenida a partir de la diferencia entre dos sucesivas funciones de fragilidad. La Tabla 4 resume los parámetros de fragilidad para estos dos tipos de columnas, los cuales serán utilizados en la etapa siguiente de análisis.

Unidades: aceleración (m/s <sup>2</sup> )	Estado daño 1	Estado daño 2	Estado daño 3
Columnas grupo I - Fragilidad	$\Phi$ (3.8; 0.16)	$\Phi$ (5.75; 0.21)	$\Phi$ (9.57; 0.29)
Columnas grupo II - Fragilidad	$\Phi$ (5.18; 0.21)	$\Phi$ (7.46; 0.25)	$\Phi$ (13.2; 0.38)

Tabla 4. Parámetros de fragilidad para 2 grupos de desempeño del puente

Al aplicarse estos conceptos para todos los (GD) que conforman la estructura, cabe mencionar que el objetivo es establecer la fragilidad completa de la misma, para lo cual existen diversos criterios. Su determinación encuentra aplicación para hallar el componente prioritario que ha de recibir refuerzos o reformas. Una técnica para lograrlo es mediante la unión de probabilidades de cada componente perteneciente a idéntico estado de daño (falla); tal como expresa la Ec. 9:

$$P_f[falla_{sistema}] = \bigcup_{i=1}^n P[Falla_{componente-i}] \quad (9)$$

De esta manera, la fragilidad completa se facilita a través de un modelo de Demanda que posee Distribución de Probabilidad Conjunta. Dicho razonamiento supone que existe cierta correlación entre solicitaciones en varios componentes de la estructura dado un sismo. Otra alternativa constituye la Teoría de la Confiabilidad de Primer Orden (FORM, según sus siglas en inglés) que implica calcular condiciones de borde inferior y superior del sistema. El límite inferior constituye la máxima fragilidad que exhibe un componente, mientras que el superior implica la combinación de las de todos los elementos presentes.

## 7.6 Simulación del daño estructural

Este trabajo considera que el daño por clase de componente y tipo de respuesta obedece a un único modo de falla (flexión), pero puede que se necesiten dos o más modos, e incluso tal vez simultáneos. Sin embargo, esa posibilidad aquí no se ha tratado. Si ( $N_D$ ) es el número factible de estados de daño para un tipo de componente; entonces pueden asumirse eventos mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivos, tales como  $E_1, E_2, \dots, E_N$ .

La variable discreta (DM) representa niveles de daño; cuyos valores inciertos que puede tomar la misma es  $dm \in \{0, 1, \dots, N\}$ . Luego, la probabilidad de que al menos uno de esos eventos deba ocurrir, se calcula sumando las probabilidades individuales de ellos,  $P[E_1 \cup E_2 \dots \cup E_k] = \sum_{i=1}^k P[E_i]$ .

En relación a la resistencia, el estado de daño (dm) se describe a través de la variable aleatoria ' $R_{dm}$ '; con función de distribución acumulativa  $F_{R_{dm}}(r)$ . En consecuencia, cada umbral de daño (dm) dispone unívocamente una variable aleatoria que representa un límite de capacidad:  $R_{dm=1}, R_{dm=2}, \dots, R_N$ . De esta manera, el daño (DM) queda caracterizado con la función condicional de probabilidad de masa discreta,  $p_{DM|EDP}(dm|edp)$ , y por la distribución acumulativa condicionada a la demanda,  $F_{DM|EDP}(dm|edp)$ .

Si se disponen estados *progresivos* y *ordenados* de menor a mayor, como en la Figura 15; es válida la siguiente expresión para la distribución acumulativa de (DM):

$$F_{DM|EDP}(dm|edp) = \sum_{\delta=0}^d p_{DM|EDP}(\delta|edp) \quad 0 \leq dm \leq N_D \quad (10)$$

Vale destacar que en abscisas pueden representarse valores de demanda (EDP) o bien intensidades de perturbación externa (IM).

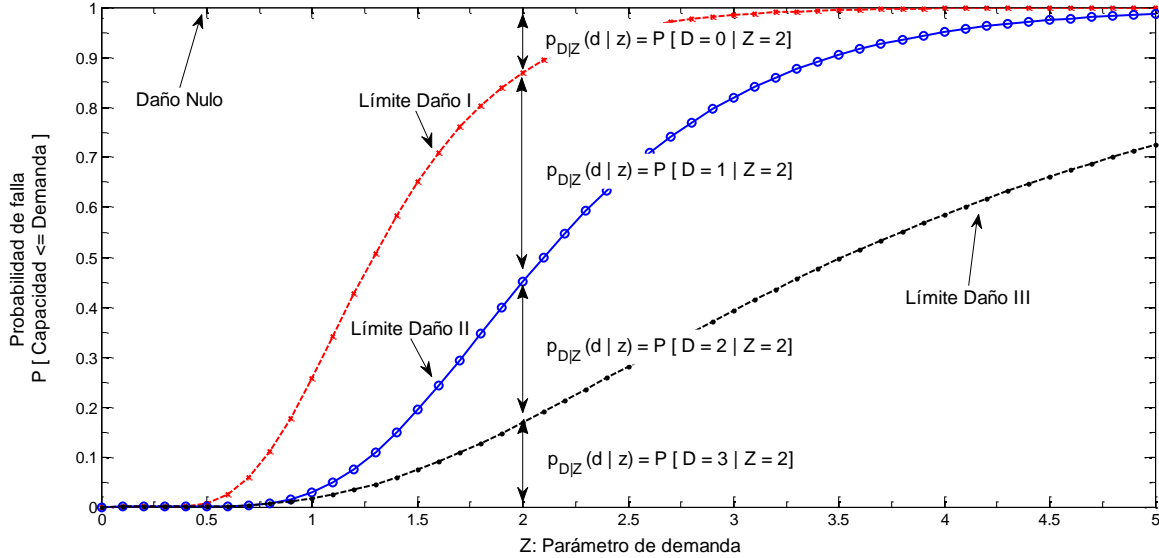


Figura 15. Tres funciones genéricas de fragilidad (4 estados de capacidad)

La posibilidad que suceda cierto nivel de daño 'dm o superior' es aleatorio; y puede simularse con el método de la transformada inversa de la distribución antes descrita y una variable auxiliar con distribución uniforme ( $0 < U \leq 1$ ). Es decir,

$$dm = F_{DM|EDP}^{-1}(u) \quad (11)$$

La Figura 16 presenta 40 simulaciones de estados de daño (dm) en un componente sometido a ( $EDP = Z = 4$ ), a partir de las funciones de fragilidad de la Figura 15.

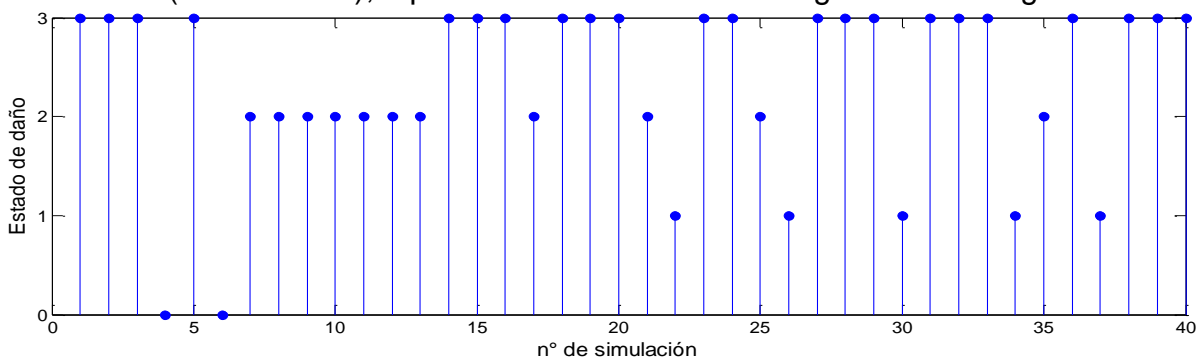


Figura 16. Simulación de niveles de daño, dado una perturbación particular

Finalmente, al repetirse esta simulación por cada nivel de demanda (edp), se observa en la Figura 18 cómo aumenta la chance de hallar roturas de mayor gravedad a medida que aumenta la peligrosidad sísmica. Ileso implica ( $dm = 0$ ).

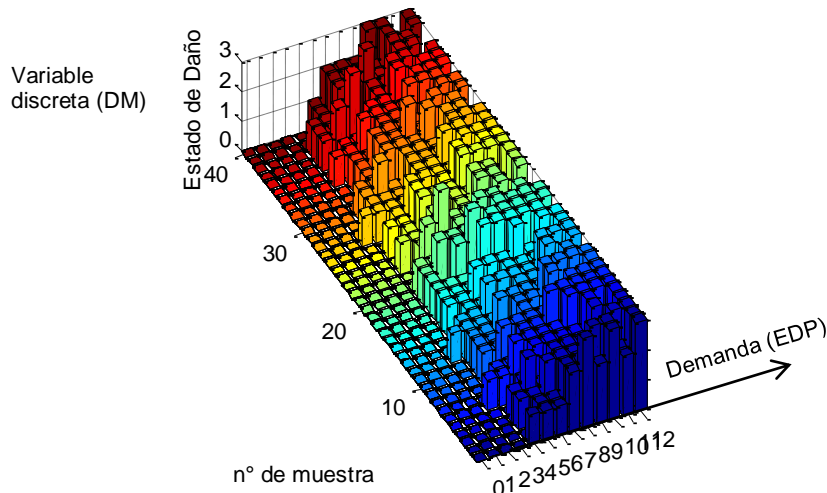


Figura 18. Simulación de estados de daño (DM) para un rango de perturbación

### 7.7 Costos de reparación, indirectos y plazos de clausura (ejecución)

- El costo directo involucra los recursos necesarios para la reparación o reemplazo de elementos estructurales y no estructurales. Si el costo directo vinculado a un componente tipo (j), dañado en el estado (dm) se representa con la variable aleatoria ( $C_{j,dm}$ ), la distribución acumulativa del mismo se representa con ' $F_{C_{j,dm}}(c)$ '. Luego, valores de dinero (c) se pueden simular con el método de la distribución inversa. Por ejemplo, si los mismos son representados con distribución Normal (media  $\mu$ ; varianza  $\sigma$ ), el esquema de muestreo resulta:

$$c = F_{C_{j,dm}}^{-1}(u) = \mu + \sigma \Phi^{-1}(u) \quad [\$] \quad (12)$$

El costo directo total implica el aporte de los correspondientes ( $N_{j,dm}$ ) componentes tipo (j), dañados en estado (dm). Es decir,

$$C_{RT} = \sum_j \sum_{dm} F_{C_{j,dm}}^{-1}(u) N_{j,dm} \quad [\$] \quad (13)$$

Lógicamente los costos pueden considerarse determinísticos en su valor medio. No obstante, con ello puede perder credibilidad el análisis de vulnerabilidad.

- Los costos indirectos añaden incertidumbre al análisis porque están supeditados al plazo para efectuar refacciones (pérdida de lucro y alteración de servicios según el contexto). El lapso de tiempo que empleará una cuadrilla para rehabilitar un componente dañado se puede representar con la variable estocástica ( $W_{j,dm}$ ). En consecuencia, su distribución acumulativa será  $F_{W_{j,dm}}(v)$ , donde (v) es una duración particular del cronograma. Esto puede ser interpretado sobre diagramas de Gantt con duraciones que se permiten variar de manera no determinística dentro de márgenes pre-analizados propios del proyecto.

De modo semejante a lo explicado antes, pueden simularse plazos de ejecución. El análisis podría plantearse según tres escenarios: i) costos medios y altos rendimientos de mano de obra, ii) costo medio de reparación junto al escenario de duración *más factible*; y iii) costos medios con duración *lenta*.

- El costo total, por determinado nivel de daño, es la suma de costos directos e indirectos de todos los GD dañados en dicho nivel. En proyectos que requieren inversión a largo plazo, el flujo futuro de dinero debe ser expresado mediante valor presente neto (VPN).

Para el viaducto, los diversos costos directos y tiempos de ejecución poseen sus respectivas distribuciones de probabilidad que posibilitaron su simulación particular. Sin embargo, aquí no se muestran por razones de espacio. Se asumió un contexto pesimista de precios y un escenario del *más factible* para designar la productividad por jornada laboral.

### 7.8 Función de vulnerabilidad

Al considerarse el aporte de una pila del (GD) *Columnas I* y otra del (GD) *Columnas II* se obtiene la función de vulnerabilidad de la Figura 19. En definitiva se crearon 1000 muestras de estados de daño (dm) en base a las funciones de fragilidad identificadas en la Tabla 4; más un muestreo de 1000 de costos directos (c) en base a cómputos propios y otros 1000 de costos indirectos (w) en base a una pérdida de lucro de mil dólares diarios, por cada incremento de 0,3g en abscisas. Como resultado se obtienen muestras de factores de costo (Y), conformadas por costos directos más indirectos. Luego, si se desea puede efectuarse un ajuste a una forma paramétrica para la media y desvíos estándar de la función interpolada.

A partir de esta función puede evaluarse la densidad de probabilidad del *Factor de costo* (Y) para diversos escenarios de peligrosidad (im); tal como indica la Figura 4, mediante,  $f_{Y|IM}(y|pga)$ . Usualmente, son necesarias para componer indicadores de decisión (DV) durante la etapa del *análisis de riesgo*. Intervienen funciones probabilísticas tales como  $G(dv/im)$ , cuya explicación no forma parte de este artículo.

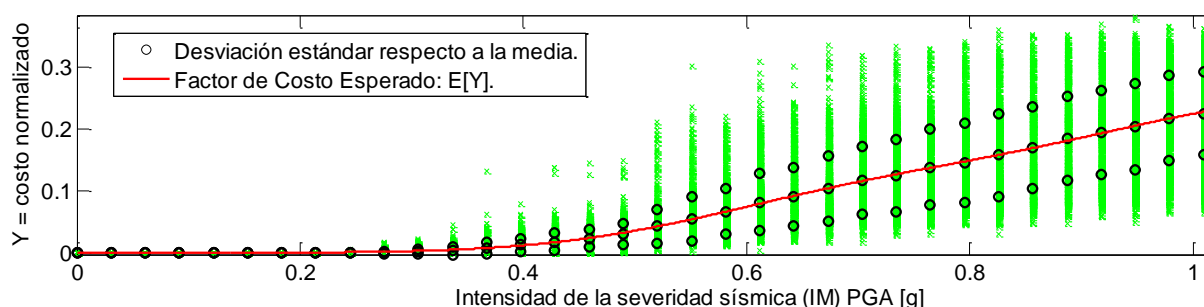


Figura 19. Simulación de la función de vulnerabilidad para el caso de aplicación

Para la peligrosidad de diseño del viaducto (0.29g) se observa, a través de los *Grupos de Desempeño* estudiados, evidencia nula de daños económicos. Sin embargo, en un contexto de *verificación prescriptivo del diseño* no es necesario abarcar el rango completo de severidad, como se ha hecho aquí; sino sólo los particulares del proyecto. Entre ellos: diseño (Tr = 475 años); frecuente (Tr = 72 años), extremo (Tr = 975 años), período de recurrencia (Tr = 2475 años), etc. Como extensión al análisis, se recalca la necesidad de computar la contribución del daño, costos y tiempos de los 24 grupos de desempeño definidos en §7.1.

## 8 CONCLUSIONES

Se ha logrado incorporar explícitamente sucesivas fuentes de incertidumbre durante el análisis de vulnerabilidad. Los resultados pueden utilizarse para predicción del grado de recuperación de una comunidad, compañía u organización. Una opción para definir una referencia es basarse en montos máximos para inversiones que no pueden superar cierto porcentaje del Costo de Reemplazo de la estructura Nueva (CRN). Constituye por lo tanto una herramienta que ayuda a generar medidas en la preparación del servicio regional de emergencia, diseñar planes de financiamiento

para reservas especiales de dinero ante catástrofe (reaseguro), pronosticar primas de seguros, minimizar víctimas ante caída de objetos, etc.

Resulta evidente compilar no sólo funciones de fragilidad de componentes típicos en estructuras argentinas de Vialidad Nacional, sino también los parámetros más influyentes en los costos según tipo y nivel de degradación. Las distribuciones probabilísticas ayudan a tener una visión de respaldo en la fase de gestión de riesgo.

## 9 REFERENCIAS

1. GERBAUDO, G.M., LOPACZEK, A.A. y RUBIRA, A., 2012. Estimación de daños probables en un puente con pilas esbeltas debido a efectos sísmicos. A. Cardona, P. Kohan, R. Quinteros, M. Storti (Eds.); Salta, Argentina, *Mecánica Computacional, Structural Analysis (A)*, vol. XXXI, no. 8, pp. 1189-1206
2. ASTM E2026-16a, Standard Guide for Seismic Risk Assessment of Buildings
3. ASTM E2557-16a, Standard Practice for Probable Maximum Loss (PML) Evaluations for Earthquake Due-Diligence Assessments
4. WHITMAN, R. V, ANAGNOS, T., KIRCHER, C.A., LAGORIO, H.J., LAWSON, R.S. y SCHNEIDER, P., 1997. Development of a national earthquake loss estimation methodology. *Earthquake Spectra*, vol. 13, no. 4, pp. 643-661
5. CARDONA, O.D., ORDAZ SCHRODER, M.G., REINOSO, E., YAMÍN, L. y BARBAT BARBAT, H.A., 2010. Comprehensive approach for probabilistic risk assessment (CAPRA); 14th European Conference on Earthquake Engineering
6. GIOVINAZZI, S. y KING, A., 2009. Toward the seismic performance assessment of lifelines within the regional riskscape model in New Zealand. XIII Convegno di Ingegneria Sismica, l'Università di Bologna
7. PORTER, K.A., KIREMIDJIAN, A.S. y LEGRUE, J.S., 2001. Assembly-based vulnerability of buildings and its use in performance evaluation. *Earthquake Spectra*, vol. 17, no. 2, pp. 291-312
8. YANG, T.Y., MOEHLE, J., STOJADINOVIC, B. y KIUREGHIAN, A. Der, 2009. Seismic Performance Evaluation of Facilities; *Journal of Structural Engineering*, vol. 135, no. 10, pp. 1146-1154
9. SOLBERG, K.M., DHAKAL, R.P., MANDER, J.B. y BRADLEY, B.A., 2008. Computational and rapid expected annual loss estimation methodologies for structures. *Earthquake Eng. and Structural Dynamics*, vol. 37, no. 1, pp. 81-101
10. PORTER, K.A., BECK, J.L. y SHAIKHUTDINOV, R., 2004. Simplified estimation of economic seismic risk for buildings. *Earthquake Spectra*, vol. 20, no. 4, pp. 1239-1263
11. MOEHLE, J. y DEIERLEIN, G.G., 2004. A framework methodology for performance-based earthquake engineering. 13th WCEE. pp. 3812-3814
12. KRAWINKLER, H. y MIRANDA, E., 2004. Performance-based earthquake engineering. 2004. CRC Press: Boca Raton, Florida
13. HAMBURGER, R., ROJAHN, C., HEINTZ, J. y MAHONEY, M., 2012. FEMA P58: Next-generation building seismic performance assessment methodology. Proceedings of the 15th World Conference on Earthquake Engineering
14. PORTER, K.A., 2003. An Overview of PEER's Performance-Based Earthquake Engineering Methodology. 9th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering, pp. 973-980
15. KIREMIDJIAN, A., MOORE, J., FAN, Y.Y., WILLIAMS, M., BASOZ, N. y YAZALI, M., 2006. Highway Demonstration Project, PEER Report 2006/02, Pacific Engineering Research Center. University of California, Berkeley, California, pp. 191

16. JALAYER, F. y CORNELL, C.A., 2003. A technical framework for probability-based demand and capacity factor (DCFD) seismic formats; RMS.
17. MACKIE, K., WONG, J.M. y STOJADINOVIĆ, B., 2008. Integrated Probabilistic Performance-Based Evaluation of Benchmark Concrete Bridges. 2008. PEER Report 2007/09, University of California, Berkeley, California, pp. 192
18. Kramer, S. L. (1996). Geotechnical Earthquake Engineering; Prentice Hall. New York. ISBN: 0-13-374943-6
19. PADGETT, J.E., NIELSON, B.G. y DESROCHES, R., 2008. Selection of optimal intensity measures in probabilistic seismic demand models of highway bridge portfolios. Earthquake Eng. and Structural Dynamics, vol. 37, no. 5, pp. 711-725
20. PADGETT, J.E. y DESROCHES, R., 2007. Sensitivity of seismic response and fragility to parameter uncertainty. Journal of Structural Engineering, vol. 133, no. 12, pp. 1710-1718
21. SHINOZUKA, M., BANERJEE, S. y KIM, S.H., 2007. Fragility considerations in highway bridge design. Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research; Technical Report MCEER-07-0023
22. SINGHAL, A. y KIREMIDJIAN, A., 1997. A Method for Earthquake Motion-Damage Relationships with Application to Reinforced Concrete Frames. National Center for Earthquake Engineering Research; Buffalo, NY
23. GIARALIS, A. y SPANOS, P.D., 2012. Derivation of response spectrum compatible non-stationary stochastic processes relying on Monte Carlo-based peak factor estimation. Earthquakes and Structures, vol. 3, no. 3, pp. 581-609
24. VAMVATSIKOS, D. y ALLIN CORNELL, C., 2002. Incremental dynamic analysis. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 31, pp. 491-514
25. MANDER, J.B., DHAKAL, R.P., MASHIKO, N. y SOLBERG, K.M., 2007. Incremental dynamic analysis applied to seismic financial risk assessment of bridges. Engineering Structures, vol. 29, no. 10, pp. 2662-2672
26. PAULAY, T. y PRIESTLEY, M.J.N., 1992. Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings. ISBN 0471549150
27. CEB-FIB 45, 2008. Practitioners" Guide to Finite Element Modeling of Reinforced Concrete Structures State-of-Art Report
28. JALAYER, F. y CORNELL, C.A., 2009. Alternative non-linear demand estimation methods for probability-based seismic assessments. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, vol. 38, no. 8, pp. 951-972
29. PORTER, K., HAMBURGER, R. y KENNEDY, R., 2007. Practical development and application of fragility functions. Structural Engineering Research Frontiers. pp. 1-16
30. HWANG, H., JERNIGAN, J.B. y LIN, Y.-W., 2000. Evaluation of seismic damage to Memphis bridges and highway systems. Journal of Bridge Engineering, vol. 5, no. 4, pp. 322-330
31. U.S. Department of Transportation. Federal Highway Administration. Publication Number: FHWA-HRT-11-029. Fig. 42