

# **ANÁLISIS DEL REEMPLAZO DE ARMADURA EN PLACA POR FIBRAS DE CARBONO Y FIBRAS DE VIDRIO MEDIANTE MODELIZACIÓN POR ELEMENTOS FINITOS**

Roberto S. Carnicer - Ing. Civil – Facultad de Ingeniería – Univ. de Belgrano  
Rodolfo Schwarz – Ing. Civil – Facultad de Ingeniería – Univ. de Belgrano  
Agustina M. Raad Agugliaro – Alumna Ing. Civil – FI - Univ. de Belgrano

## **RESUMEN**

El objetivo del trabajo es el análisis de la evolución del comportamiento de una placa de hormigón armado de gran espesor y uso frecuente en estructuras portuarias, a partir del reemplazo de la armadura de barras de acero por compuestos de fibra de carbono o fibra de vidrio, mediante modelización por elementos finitos de variables mixtas.

Las placas presentes en estructuras portuarias presentan dos características particulares: alto peso propio conferido por el gran espesor y mayores recubrimientos mínimos debido a los agentes a los que se encuentran expuestas. En estas condiciones, se propone reemplazar la armadura tradicional por otros materiales que, al igual que el acero, absorban los esfuerzos que el hormigón no puede contrarrestar (tracción). Dentro de las múltiples propiedades de los compuestos de fibra de carbono o vidrio, su baja densidad, alta resistencia a la tracción y resistencia a la corrosión, los convierten en una alternativa posible. Se modelizará numéricamente las variantes de la placa (hormigón-acero, hormigón-carbono y hormigón-vidrio) por el método de los elementos finitos basado en los teoremas variacionales mixtos, a modo de resolver su estado tensional y desplazamientos. Se analizará la forma de disponer los materiales y se realizará el contraste con la placa tradicional; a fin de inferir en la posibilidad del reemplazo.

## **ABSTRACT**

*The purpose of this work is to analyze the behavior of a reinforced concrete thick plate, often used in port structures, replacing steel reinforcement bars by compounds of carbon fiber or fiberglass, using finite elements modelization of mixed variables.*

*The plates present in port structures have two particular characteristics: high own weight conferred by thick structures and higher minimum covering due to the agents to which they are exposed. Under these conditions, it is proposed to replace the traditional reinforcement by other materials that can absorb tension stress that concrete cannot take. Among the many properties of carbon fiber composites or glass fiber, like low density, high tensile strength and corrosion resistance, makes them a possible alternative. It will model numerically variants plate (concrete, steel, concrete and concrete - carbon - glass) by the finite element method based on mixed variational theorems, for solving the stress state and displacement. How to arrange the materials will be analyzed and compare with traditional plate made; to infer the possibility of replacement.*

## 1. INTRODUCCIÓN

La fibra de vidrio y la fibra de carbono son materiales compuestos por numerosas y finas fibras de vidrio y carbono, respectivamente. La fibra de carbono está constituida por una estructura cristalina que genera en la fibra alta resistencia en función del volumen. Debido a sus propiedades (alta flexibilidad, alta resistencia, bajo peso, tolerancia a altas temperaturas y baja expansión térmica), tienen aplicación en la industria aeroespacial, ingeniería civil y aplicaciones militares, por ejemplo. Por su parte, la fibra de vidrio se utiliza comúnmente como material aislante. A su vez, es utilizada como agente de refuerzo para muchos productos poliméricos. Sus propiedades son comparables a las correspondientes a fibras de carbono. Si bien la resistencia y rigidez son inferiores que en la fibra de carbono, el costo y la fragilidad de la fibra de vidrio son menores. En el ámbito de la construcción, las fibras son utilizadas para reparación y refuerzo estructural. Son aplicadas en la superficie del elemento estructural en cuestión, en los siguientes casos: incremento de carga viva en depósitos, instalaciones de maquinaria pesada en edificios industriales, cambios en el uso de edificios, envejecimiento de materiales de construcción (corrosión); entre otros.

En la ingeniería civil suelen usarse los elementos estructurales denominados placas, particularmente, las placas delgadas rectangulares. Éstas cumplen con la relación  $e \leq \frac{a}{20}$ , donde «e» es el espesor de la placa y «a» la longitud del lado menor. En estos casos es aplicable la teoría de Kirchhoff, análoga a la teoría de Bernoulli-Navier en vigas. Sin perjuicio de ello, también se utilizan las placas rectangulares gruesas, por ejemplo, en estructuras portuarias de hormigón armado. Es muy común el uso de plataformas rectangulares de gran tamaño donde la relación entre espesor y lado menor del rectángulo es  $e \geq \frac{a}{10}$ . En este caso, ya no es aplicable la teoría de Kirchhoff y debe ser reemplazada por la teoría de Reissner-Mindlin.

En el diseño de estas estructuras surgen dos situaciones desventajosas: el espesor le confiere gran peso propio y el hecho de usar hormigón armado conlleva la necesidad de mayores recubrimientos, debido al ambiente de alta agresividad en las que se construyen (ambiente marino). En este contexto, la implementación de láminas de fibras en reemplazo de la armadura tradicional de barras de acero, podría representar una solución a dichos inconvenientes, en base tanto a sus propiedades mecánicas como a su densidad. De esta manera, se propone analizar las particularidades para estas aplicaciones, realizando una comparación con la placa armada tradicionalmente. En un particular, corresponderá a placa gruesa de espesor del orden de los 3m y de 30 a 40 metros en las otras dos dimensiones.

La modelación mediante elementos finitos será un medio para lograr la comparación y análisis. Será necesario incorporar subrutinas al programa desarrollado en el marco del proyecto de investigación de la Universidad de Belgrano, el cual mediante el análisis estructural por el método de los elementos finitos basado en los teoremas variacionales mixtos permite calcular las variables cinemáticas y estáticas. Así, el programa calcula el estado tensional de la placa y sus desplazamientos, considerando la Teoría de Placas de Reissner-Mindlin que incluye la deformación por corte.

## 2. FIBRA DE CARBONO Y FIBRA DE VIDRIO

La fibra de carbono es un polímero constituido por numerosas y finas hebras compuestas de átomos de carbono. Estas largas y delgadas fibras poseen un diámetro entre 5 y 10 micrones. Las numerosas fibras constituyen hilos que pueden ser entramados como un tejido o tela. Ambos son combinados con resina, que permite adherencia y moldeo, formando así distintos materiales compuestos. La combinación con diferentes materiales, intensificando de algunas de sus propiedades, convierte a la fibra de carbono en un material de múltiples aplicaciones.

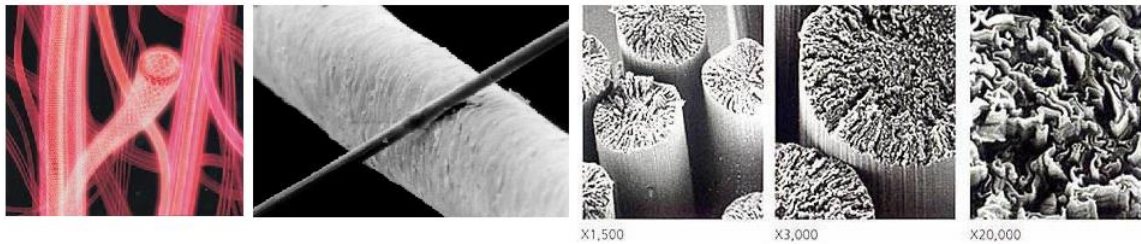


Figura 1: Imágenes amplificadas de filamentos que componen las fibras.

Respecto a sus propiedades, los átomos de carbono que se encuentran alineados con el eje principal de la fibra (conformando una estructura cristalina), otorgan al material alta resistencia a los esfuerzos en dicha dirección en relación al volumen. Otras propiedades destacables son: **alta resistencia a la tracción**, **elevado módulo de elasticidad**, tolerancia ante variaciones de temperatura con baja expansión térmica, baja densidad y **resistencia a la corrosión**.

Por su parte, la fibra de vidrio está constituida por finas hebras compuestas de sílice. Sus propiedades son comparables a las correspondientes a fibras de carbono, si bien la resistencia y rigidez son menores. Existen distintas clases de fibra de vidrio según los óxidos presentes en su composición como así también diferentes formatos: hilos de fibra larga, hilos de fibra corta, fibra molida, láminas de hilos, láminas de filamento continuo y tejidos (Figura 2).



Figura 2: Formatos comerciales de fibra de vidrio.

Una de las aplicaciones sobresalientes de las fibras de carbono y las fibras de vidrio en el ámbito constructivo es su uso para reparación y refuerzo estructural. En el caso de las fibras del carbono, existen en el mercado distintas variantes del material para esta aplicación. Por un lado, se encuentra disponible como material compuesto laminado (fibra + matriz), cortado a medida (laminados o en rollos) en condiciones de ser colocado con adhesivo. También es posible adquirir rollos de fibras tejidas y elaborar en obra el material compuesto con resina. Mientras que en el caso de la fibra de vidrio sólo es utilizado el refuerzo en forma de tejido.

La conformación de las fibras, mezclada con una matriz (resina epoxi), provoca que los valores de las propiedades de los diferentes formatos del material compuesto difieran de aquellos correspondientes a la fibra "natural". En las siguientes tablas se muestran, como referencia, los valores resultantes de materiales utilizados para refuerzo estructural provistos por sus fabricantes.

Propiedades	Fibra	Laminados Extursionados	Tejido de Fibras
Resistencia a Tracción	3450 MPa	3100 Mpa	960 Mpa
Módulo de Elasticidad	234500 Mpa	165000 Mpa	73100 Mpa
Alargamiento a Rotura	1,50 %	1,70 %	1,33 %
Densidad	2,25 g/cm <sup>3</sup>	1,60 g/cm <sup>3</sup>	---
Espesor	---	1,2 mm	1 mm
Dirección de la Fibra	---	Unidireccional	Unidireccional
Peso por metro cuadrado	---	---	610 g

Tabla 1: Valores de propiedades de fibra, laminados y tejido de fibra de carbono.

Propiedades	Fibra	Tejido de Fibras
Resistencia a Tracción	2.276 MPa	600 Mpa
Módulo de Elasticidad	72.400 MPa	26.130 Mpa
Alargamiento a Rotura	4 %	2,24 %
Densidad	2,94 g/cm <sup>3</sup>	---
Espesor	---	1 mm
Dirección de la Fibra	---	Unidireccional
Peso por metro cuadrado	---	910 g

Tabla 2: Valores de propiedades de fibra y tejido de fibra de vidrio.

### 3. APLICACIONES DE UNA PLACA GRUESA

Como se dijo, es muy común el uso de placas gruesas en estructuras portuarias. Un ejemplo de ellos son las plataformas de descarga o las denominadas torres de atraque o de amarre. Estas placas son construidas en hormigón armado con armadura de acero tanto en la parte inferior como superior (acero ADN 420, en barras de 25mm de diámetro). Las plataformas se encuentran solicitadas a cargas verticales (gran peso propio, equipamiento fijo y elementos descargados) y acciones laterales (debidas a las maniobras de atraque, absorbidas por los pilotes). En la figura 3 pueden verse varias estructuras de ese tipo.



Figura 3: Plataforma en Puerto Galván, Bahía Blanca.

El diseño de las placas genera la necesidad de mayores recubrimientos, debido a la exposición a agentes externos. Por ejemplo, las plataformas se encuentran expuestas al agua de mar, sulfatos y ácidos. De acuerdo con el reglamento CIRSOC 201-2005, la exposición de estas estructuras se clasifica como M2 (clase de exposición marina al aire o sumergida expuesta a la corrosión por cloruros), lo cual implica un incremento del 50% al recubrimiento mínimo requerido, resultando este entre 45 y 50 mm.



Figura 4: Corrosión de armadura por exposición al ambiente marino.

## 4. SOLUCIÓN DE PLACA GRUESA MEDIANTE MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

En el caso de las placas gruesas, se considera la teoría de Reissner-Mindlin, que asume que las secciones ortogonales y planas al plano medio de la placa se mantienen planas pero no ortogonales al plano. Este enunciado implica considerar las deformaciones debidas al esfuerzo de corte. De esta manera, el desarrollo analítico no arriba a una única ecuación diferencial de equilibrio como en el caso de las placas delgadas; sino que se deduce un sistema de ecuaciones diferenciales cuyas incógnitas son tres funciones  $w$ ,  $\beta_x$  y  $\beta_y$  que representan las deformaciones en el plano medio de la placa, a las que hay que agregar las distorsiones  $\gamma_{xz}$  y  $\gamma_{yz}$ . La integración del sistema permite obtener las funciones correspondientes a los desplazamientos, a partir de las cuales se obtienen los esfuerzos en cualquier punto de la placa. Sin embargo, su resolución en forma analítica presenta grandes dificultades. Por ello se presenta como alternativa, la aplicación de métodos numéricos como el Método de Elementos Finitos (MEF).

El MEF propone discretizar el dominio en pequeños elementos (puntos, líneas o superficies) definidos por un número discreto de nodos. Sobre estos nodos se materializan las incógnitas del problema: los desplazamientos o grados de libertad, a partir de los cuales se calculan otras incógnitas como tensiones y deformaciones. El desplazamiento de un punto cualquiera se determina en función de los nodos del elemento al que pertenece al punto a partir de las llamadas funciones de interpolación, las cuales deben garantizar la compatibilidad de deformaciones en la unión de los elementos.

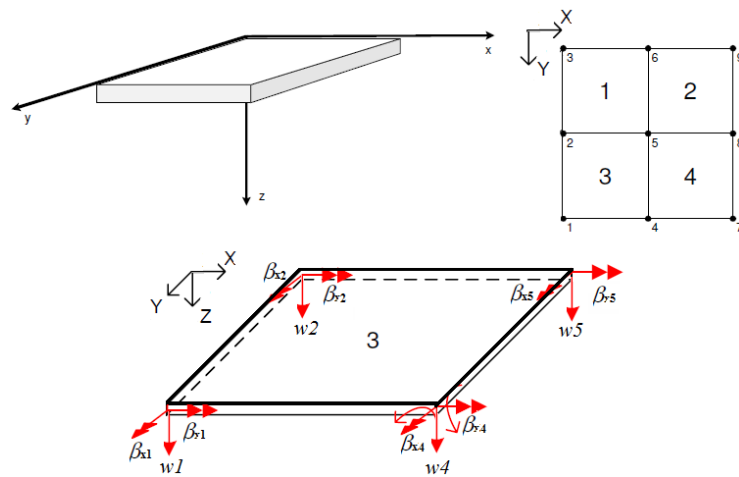


Figura 5: Placa discretizada y desplazamientos nodales de un elemento.

En el caso de placas gruesas, como fue mencionado, se considera la teoría de Reissner-Mindlin. Para este caso se tienen las funciones que representan las incógnitas del problema, los desplazamientos y los giros en función de aquellos correspondientes a los nodos:

$$w(x, y) = \sum h_i(x, y) w_i ; \beta_x(x, y) = \sum h_i(x, y) \beta_{x_i} ; \beta_y(x, y) = \sum h_i(x, y) \beta_{y_i} \quad (1)$$

donde  $h_i$  son las funciones de interpolación.

Si se expresan matricial las ecuaciones correspondientes a las deformaciones debidas a flexión y a corte, se obtiene:

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = -z \begin{bmatrix} \frac{\delta\beta_x}{\delta x} \\ \frac{\delta\beta_y}{\delta y} \\ \frac{\delta\beta_y}{\delta x} + \frac{\delta\beta_x}{\delta y} \end{bmatrix} = -z B_f(x, y) U ; \quad [\gamma] = \begin{bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\delta w(x, y)}{\delta y} - \beta_y \\ \frac{\delta w(x, y)}{\delta x} - \beta_x \end{bmatrix} = B_c(x, y) U \quad (2)$$

donde  $U$  es el vector de los desplazamientos nodales del elemento,  $B_f(x, y)$  la matriz derivada de la matriz de interpolación de los giros  $H\beta$ ; y  $B_c(x, y)$  la matriz derivada de la matriz de interpolación de los desplazamientos  $(Hw) - \beta$ . A su vez, expresando matricialmente las tensiones, resulta:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = -\frac{z E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix} B_f(x, y) ; \quad [\tau] = \begin{bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} = \frac{E}{2(1 + \nu)} B_c(x, y) \quad (3)$$

Para resolver el problema, el método de los elementos finitos hace uso del principio de la mínima energía potencial total, que es equivalente a plantear el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, es decir, que la variación de la energía interna de deformación es igual a la variación del trabajo de las fuerzas exteriores, es decir,

$$\delta U + \delta W = 0.$$

En este planteo, la variación de la energía interna de deformación incluye un término debido a la flexión y otro, debido al corte:

$$\delta U = \delta U_f + \delta U_c = \int_V \delta \varepsilon^T \sigma dV + \int_V \delta \gamma^T \tau dV \quad (4)$$

Reemplazando por las expresiones (2) y (3) en (4):

$$\delta U_f = \int_V [-z B_f(x, y) \delta U]^T \left[ -\frac{z E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix} B_f(x, y) \right] dV \quad (5)$$

$$\delta U_c = \int_V [B_c(x, y) \delta U]^T \left[ \frac{E}{2(1 + \nu)} B_c(x, y) \right] dV \quad (6)$$

$$\delta U = \delta U_f + \delta U_c = \delta U^T \left[ \frac{E h^3}{12(1 - \nu^2)} K_f + \frac{E h k}{2(1 + \nu)} K_c \right] U \quad (7)$$

El factor de forma  $k$  introducido corrige la energía de deformación para compatibilizar que en realidad las secciones no se mantienen planas luego de la deformación.

La variación del trabajo de las fuerzas exteriores está dada por:

$$\delta W = \delta U^T \int_A H^T p \, dA = \delta U R \quad (8)$$

donde H es la matriz de las funciones interpelantes y p el vector de cargas nodales.

Finalmente, se tiene que

$$\delta U - \delta W = \delta U^T \left\{ \left[ \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} Kf + \frac{Ehk}{2(1+\nu)} Kc \right] U - R \right\} = 0 \quad (9)$$

$$\left[ \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} Kf + \frac{Ehk}{2(1+\nu)} Kc \right] U - R = 0 \quad (10)$$

De la expresión anterior se obtienen los desplazamientos de un elemento. Para resolver el sistema se deben ensamblar las matrices de cada elemento de la discretización y así obtener la matriz de rigidez global y el vector de cargas global.

Debe tenerse en cuenta, sin embargo, que la aplicación de la ecuación (10), introduce un problema puesto que si la placa se hace delgada, la deformación por corte tendría mayor peso en la solución, cuando realmente es despreciable en ese caso. Este hecho se conoce como «*locking*» o bloqueo de la solución, y normalmente se evita mediante una técnica de integración reducida, resolviendo numéricamente las integrales por cuadratura de Gauss.

Resulta importante destacar que la formulación recién expuesta fue realizada con funciones en coordenadas (x,y), lo cual puede complejizar la formulación al trabajar con elementos de diferentes tamaños o tipos. Por este motivo, una de las herramientas del método es la aplicación de los elementos isoparamétricos, en los cuales la geometría y las incógnitas están formulados con el mismo tipo de función polinómica acorde con un sistema de coordenadas local del elemento (r,s). Para ello, es necesario aplicar la matriz jacobiana J, que permite transformar las derivadas de una función respecto a dos variables dadas (x,y) en derivadas respecto a otras variables (r,s) que a su vez son funciones de las anteriores. Operando con la matriz jacobiana, las rigideces resultan:

$$Kf = \iint_{-1}^1 [Bf(r,s)]^T \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} Bf(r,s) \det(J) \, dr \, ds \quad (11)$$

$$Kc = \iint_{-1}^1 [Bc(r,s)]^T Bc(r,s) \det(J) \, dr \, ds \quad (12)$$

Pero a lo explicado anteriormente, se agrega el hecho de que la modelización incluye la utilización de un *elemento multicapa*. La idea es poder representar cada capa de material en forma independiente y poder extraer la información necesaria para las comparaciones respectivas.

Para ello, nos apoyaremos en el trabajo Modelización de placas multicapas mediante elementos finitos con variables mixtas (cinemáticas y estáticas) [1]. Del mismo, se extraen las siguientes ecuaciones:

$$\delta u_{oi}: \quad h_i a_i(u_{oi}, \delta u_{oi}) - \int_{\Omega_i} \lambda_i \delta u_{oi} d\Omega_i + \int_{\Omega_{i+1}} \lambda_{i+1} \delta u_{oi} d\Omega_{i+1} = 0 \quad (13)$$

$$\delta \beta_i: \quad \frac{h_i^3}{12} a_i(\beta_i, \delta \beta_i) + h_i b(\nabla w_i - \beta_i, -\delta \beta_i) - \int_{\Omega_i} \frac{h_i}{2} \lambda_i \delta \beta_i d\Omega_i + \int_{\Omega_{i+1}} \frac{h_i}{2} \lambda_{i+1} \delta \beta_i d\Omega_{i+1} = 0 \quad (14)$$

$$\delta w_i: \quad h_i b(\nabla w_i - \beta_i, \delta w_i) - \int_{\Omega_i} p_i \delta w_i d\Omega_i - \int_{\Omega_i} \mu_i \delta w_i d\Omega_i + \int_{\Omega_{i+1}} \mu_{i+1} \delta w_i d\Omega_{i+1} = 0 \quad (15)$$

$$\delta \lambda_i: \quad \int_{\Omega_i} \left[ \left( u_{oi-1} - \beta_{i-1} \frac{h_{i-1}}{2} \right) - \left( u_{oi} + \beta_i \frac{h_i}{2} \right) \right] \delta \lambda_i d\Omega_i = 0 \quad (16)$$

$$\delta \mu_i: \quad \int_{\Omega_i} (w_{i-1} - w_i) \delta w_i d\Omega_i = 0 \quad (17)$$

donde  $h_i$ : espesor de la capa;  $a_i(u_{oi}, \delta u_{oi})$ : operador que representa la energía por esfuerzos membranales;  $\lambda_i = [\lambda_{xi}, \lambda_{yi}]$ : vector que contiene los multiplicadores de Lagrange que representan las fuerzas tangenciales en la interface;  $u_{oi} = [u_{oxi}, u_{oyi}]$ : vector de desplazamientos en el plano;  $d\Omega_i$ : diferencial de volumen de la capa;  $a_i(\beta_i, \delta \beta_i)$ : operador que representa la energía por flexión;  $b_i = (\nabla w_i - \beta_i, \delta \nabla w_i)$ ;  $(\nabla w_i - \beta_i, \delta \beta_i)$ : operador que representa la energía de corte;  $w_i$ : desplazamiento normal al plano de la capa;  $\beta_i = [\beta_{xi}, \beta_{yi}]$ : vector de rotaciones;  $\mu_i$ : multiplicador de Lagrange que representa la fuerza vertical en la interface

Estas 5 ecuaciones le corresponden a cada una de las capas en las que se divide la placa, conformando un sistema de ecuaciones cuyas incógnitas son los desplazamientos y las fuerzas representadas por los multiplicadores de Lagrange en cada una de las capas. Expresando dicho sistema matricialmente, se deduce la matriz de rigidez global del sistema, la cual es reducida de modo de resolver las variables estáticas y luego a partir de estas, los desplazamientos.

## 5. CARACTERÍSTICAS DE LA MODELIZACIÓN

La modelización del problema mediante el método de los elementos finitos tomará en cuenta los siguientes factores:

- Se aplica la teoría de **Reissner-Mindlin**, que asume que las secciones ortogonales y planas al plano medio de la placa se mantienen planas pero no ortogonales al plano, considerando las deformaciones debidas al esfuerzo de corte.
- Se considera la placa como un conjunto de capas, cada una de las cuales representa una placa aislada. La continuidad de desplazamientos se asegura mediante **multiplicadores de Lagrange**, que representan tensiones normales y tangenciales (variables estáticas).
- La placa es dividida en cuadriláteros, **dividiendo el dominio** de esta manera para el campo de desplazamiento y para el correspondiente a variables estáticas.
- Se modeliza la placa por el método de los elementos finitos basado en los **teoremas variacionales mixtos** (método de cálculo que permite analizar todas las variables del problema en un mismo nivel de aproximación), a modo de resolver los desplazamientos y tensiones (variables cinemáticas y estáticas).
- Las integrales se resuelven numéricamente, resultando suficiente dos puntos de **cuadratura de Gauss**. La rigidez por corte se resuelve mediante integración reducida con un punto.
- El sistema de ecuaciones definido por la matriz de rigidez y el vector de cargas, se resuelve por el **método del gradiente conjugado**.

Las herramientas informáticas permiten optimizar la modelización y resulta de suma importancia para la resolución numérica, principalmente por el número de iteraciones necesarias resultante. Por ello, se implementó un programa desarrollado por los ingenieros Rodolfo Schwarz, Roberto Carnicer y Braian Desía, como parte de un proyecto de investigación de la Universidad de Belgrano. Fue necesaria la incorporación de nuevas subrutinas para el ingreso de datos y la salida de resultados requeridos para el análisis de la propuesta de este trabajo.

## 6. MODELACIONES

Inicialmente, se modelizará una placa gruesa simplemente apoyada de hormigón armado de 3 m de espesor y una superficie de 40 m x 30 m, con armadura superior e inferior representada por dos capas de acero de 2 cm con recubrimientos de 10 cm (Figura 6). Se considerará recubrimientos mayores a los mínimos contemplados por reglamento de modo de cubrir las diferencias producto de errores de colocación, problemas constructivos, colocación de estribos y soporte de armaduras.

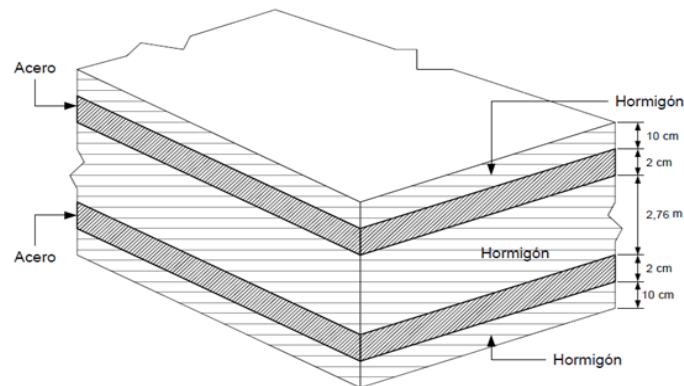


Figura 6: Espesores iniciales de las capas de la placa a modelar

Si bien esta configuración no refleja el verdadero armado de la placa, la realización de esta prueba tiene como objetivo comprobar un adecuado ingreso de datos (principalmente de las propiedades mecánicas) que represente la unidireccionalidad de las barras. Luego, se modelizará efectivamente la placa con doble armadura en la parte inferior (en direcciones perpendiculares) y superior. En cuanto a la carga, corresponderá en principio al peso propio de la estructura.

Posteriormente se repetirán estas configuraciones, reemplazando el acero por compuestos de fibras de formato similar a los utilizados para refuerzo estructural (**laminados y tejidos**) pero utilizando variantes existentes con mejores propiedades mecánicas. A su vez, se planteará la posibilidad de disponer de una **placa** bidireccional de fibras cuyos valores de rigidez y resistencia se asemejen a aquellos correspondientes a las fibras sin mezclado ni moldeo. En las tablas 3 y 4, se muestran las propiedades de los materiales de empleados.

Concluidas las pruebas de las placas sometidas a peso propio, se considerarán nuevas variantes para los formatos de refuerzo que resulten más adecuados en función de los resultados, a saber:

- Placas sometidas a peso propio y sobrecarga de 5000 kgf/m<sup>2</sup>
- Cambio en el espesor de las capas del refuerzo
- Cambio en el espesor del recubrimiento
- Refuerzo únicamente en la zona inferior
- Eliminación del recubrimiento

Propiedades	E	Poisson	Densidad	Alargamiento a Rotura	Resistencia a Tracción
	GPa		gr/cm <sup>3</sup>	%	MPa
Hormigón	24,3	0,2	2,20	0,3 (Lim. CIRSOC)	3,4 (Compresión= 30)

<b>Acero</b>	210	0,25	7,85	12 (Lim. CIRSOC= 0.5)	500 (Fluencia= 420)
<b>Fibra de Carbono</b>	290	0,2	2,25	1,5	3450
<b>Fibra de Vidrio</b>	76	0,22	2,94	4	1700
<b>Matriz Epoxy</b>	4	0,3	1,12	4	36
<b>COMPUESTOS</b>					
<b>Tejido de Carbono</b>	170	0,27	0,61	1,33	2400
<b>Laminado de Carbono</b>	205	0,32	1,6	1,7	3200
<b>Placa de F. Carbono</b>	261,4	0,21	2,137	— <sup>(1)</sup>	— <sup>(1)</sup>
<b>Tejido de Vidrio</b>	43	0,28	0,91	2,24	1100
<b>Placa de F. Vidrio</b>	68,8	0,228	2,758	— <sup>(1)</sup>	— <sup>(1)</sup>

## 7. RESULTADOS

Tabla 3: Propiedades de los materiales empleados

Refuerzo/Propiedades [kgf/m <sup>2</sup> ]	E1	E2	Poisson	G12	G23	G31
<b>Hormigón</b>	2,478E+09	2,478E+09 <sup>(2)</sup>	0.20	1,033E+09	1,033E+09 <sup>(2)</sup>	1,033E+09 <sup>(2)</sup>
<b>Acero</b>	2,141E+10	1E+08 <sup>(3)</sup>	0,25	8,566E+09	1E+07 <sup>(3)</sup>	8,566E+09
<b>Tejido de Carbono</b>	1,734E+10	9,177E+08	0,27	4,487E+08	1,570E+08	4,487E+08
<b>Laminado de Carbono</b>	2,090E+10	1,122E+09	0,32	8,668E+08	1,570E+08	8,668E+08
<b>Placa de F. Carbono</b>	2,666E+10	2,666E+10 <sup>(2)</sup>	0,21	1,101E+10	1,101E+10 <sup>(2)</sup>	1,101E+10 <sup>(2)</sup>
<b>Tejido de Vidrio</b>	4,385E+09	8,158E+08	0,28	4,079E+08	1,570E+08	4,079E+08
<b>Placa de F. Vidrio</b>	7,016E+09	7,016E+09 <sup>(2)</sup>	0,23	2,856E+09	2,856E+09 <sup>(2)</sup>	2,856E+09 <sup>(2)</sup>

Tabla 4: Módulo de elasticidad longitudinal y transversal de los materiales

Las pruebas realizadas considerando únicamente el peso propio de la estructura se muestran en la Tabla 5. Los resultados de estas variantes permitieron, por ejemplo, verificar la eficacia de ingresar módulos de elasticidad con órdenes de magnitud 100 veces menor que en la dirección en la cual trabaja el material para representar dicha direccionalidad en el modelo (Figura 7).

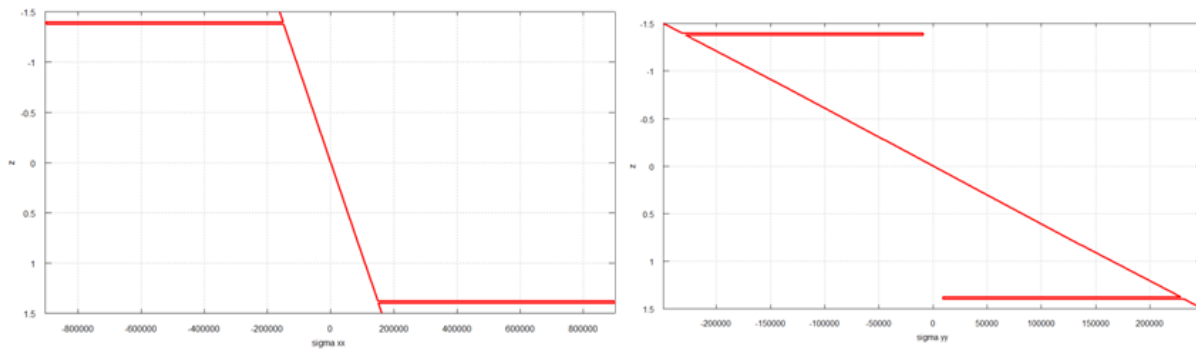
<sup>1</sup> No ensayado. Se estiman valores menores que la fibra y mayores que el tejido.

<sup>2</sup> Se ingresa como valor nulo. De esta manera el programa interpreta la isotropía del material.

<sup>3</sup> Valor impuesto a modo de representar la unidireccionalidad del material en el modelo.

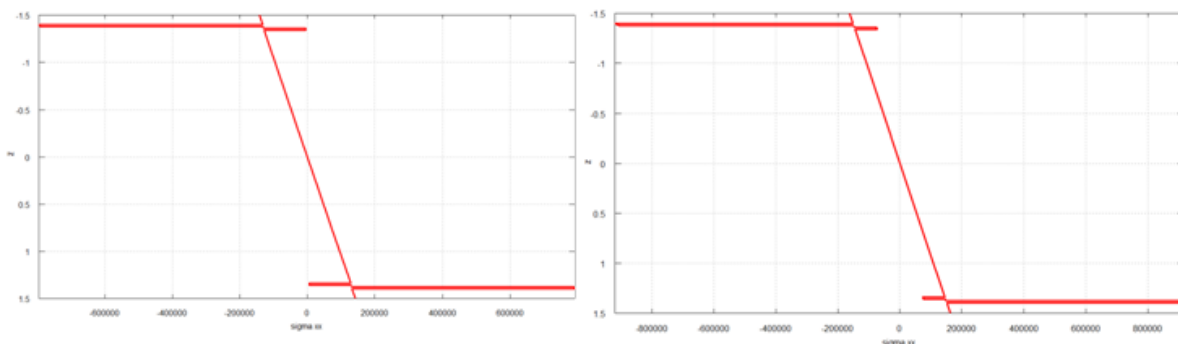
Refuerzo	Pruebas	Capas	Espesor m	Orient. °	Material	Peso Esp. kgf/m3	Peso Propio tonf/m2	Deflexión Max. mm	
ACERO	1	input_hormigón_acero_1	1	0,10	0	Hormigón	2200	6,8	5,914
			2	0,02	0	Acero	7850		
			3 a 7	2,76	0	Hormigón	2200		
			8	0,02	0	Acero	7850		
			9	0,10	0	Hormigón	2200		
	2	input_hormigón_acero_2	1	0,10	0	Hormigón	2200	7,1	5,309
			2	0,02	0	Acero	7850		
			3	0,02	0	Hormigón	2200		
			4	0,02	90	Acero	7850		
			5 a 9	2,68	0	Hormigón	2200		
			10	0,02	90	Acero	7850		
			11	0,02	0	Hormigón	2200		
			12	0,02	0	Acero	7850		
3	input_hormigón_carbono_2	1	0,10	0	Hormigón	2200	6,5	5,769	
		2	0,02	0	Tejido Carbono	610			
		3	0,02	90	Tejido Carbono	610			
		4 a 8	2,72	0	Hormigón	2200			
		9	0,02	90	Tejido Carbono	610			
		10	0,02	0	Tejido Carbono	610			
		11	0,10	0	Hormigón	2200			
4	input_hormigón_carbono_4	1	0,10	0	Hormigón	2200	6,8	5,91	
		2	0,02	0	Laminado Carbono	1600			
		3	0,02	0	Hormigón	2200			
		4	0,02	90	Laminado Carbono	1600			
		5 a 9	2,68	0	Hormigón	2200			
		10	0,20	90	Laminado Carbono	1600			
		11	0,02	0	Hormigón	2200			
		12	0,02	0	Laminado Carbono	1600			
5	input_hormigón_carbono_5	1	0,10	0	Hormigón	2200	6,6	4,758	
		2	0,02	0	Placa de F.Carbono	2137			
		3 a 7	2,76	0	Hormigón	2200			
		8	0,02	0	Placa de F.Carbono	2137			
		9	0,10	0	Hormigón	2200			
6	input_hormigón_vidrio_2	1	0,10	0	Hormigón	2200	6,5	6,316	
		2	0,02	0	Tejido Vidrio	910			
		3	0,02	90	Tejido Vidrio	910			
		4 a 8	2,72	0	Hormigón	2200			
		9	0,02	90	Tejido Vidrio	910			
		10	0,02	0	Tejido Vidrio	910			
7	input_hormigón_vidrio_3	1	0,10	0	Hormigón	2200	6,6	5,959	
		2	0,02	0	Placa de F.Vidrio	2940			
		3 a 7	2,76	0	Hormigón	2200			
		8	0,02	0	Placa de F. Vidrio	2940			
		9	0,10	0	Hormigón	2200			

Tabla 5: Placas bajo la acción del peso propio

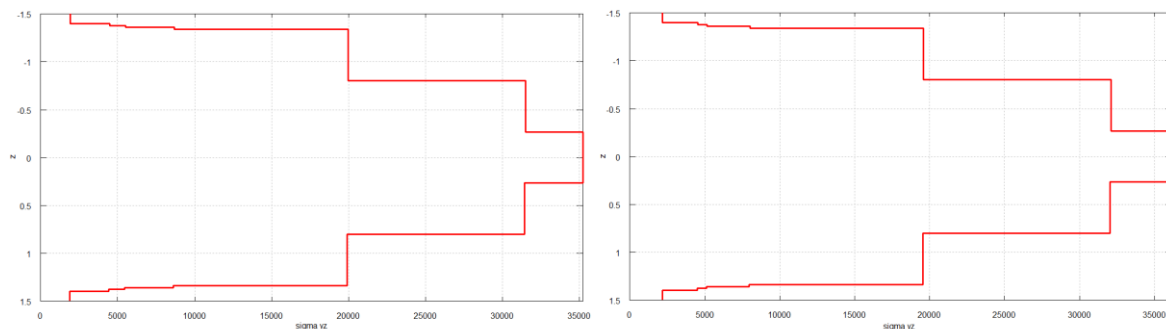


**Figura 7: Tensiones normales  $\sigma_{xx}$  y  $\sigma_{yy}$  en el elemento central de la placa armada en la dirección x (Prueba n°1)**

A su vez, se evidenciaron las similitudes en la distribución de tensiones de la placa armada con barras de acero y laminados de fibra de carbono (Figuras 8 y 9).



**Figura 8: Tensiones normales  $\sigma_{xx}$  en el elemento central de la placa armada en dos direcciones con acero y laminados de fibra de carbono (Prueba n°2 y n°4)**



**Figura 9: Tensiones tangenciales máximas  $\tau_{yz}$  en la placa armada en dos direcciones con acero y laminados de fibra de carbono (Prueba n°2 y n°4)**

Respecto a las placas de fibras propuestas, resultan más adecuadas que los tejidos ya que estos últimos si bien poseen menor peso específico, la disposición de las fibras hace necesaria la colocación de capas en direcciones perpendiculares. Las estructuras compuestas por tejidos resultaron con un peso propio 100 kgf/m<sup>2</sup> menor que aquellas conformadas por las placas bidireccionales. Al considerarse una sobrecarga, esta disminución no resulta significativa. Por este motivo y por ser el formato de refuerzo con menores valores de rigidez y resistencia, en las siguientes pruebas (Tabla 6) los tejidos no fueron modelados.

Refuerzo	Pruebas		Capas	Esesor	Orient.	Material	Peso Esp.	Carga total	Deflexión Max.
				m	°		kgf/m3		
ACERO	8	input_hormigón_acero_3	1	0,10	0	Hormigón	2200	12,052	9,071
			2	0,02	0	Acero	7850		
			3	0,02	0	Hormigón	2200		
			4	0,02	90	Acero	7850		
			5 a 9	2,68	0	Hormigón	2200		
			10	0,02	90	Acero	7850		
			11	0,02	0	Hormigón	2200		
			12	0,02	0	Acero	7850		
LAMINADO DE CARBONO	9	input_hormigón_carbono_6	1	0,10	0	Hormigón	2200	11,840	10,227
			2	0,02	0	Laminado Carbono	1600		
			3	0,02	0	Hormigón	2200		
			4	0,02	90	Laminado Carbono	1600		
			5 a 9	2,68	0	Hormigón	2200		
			10	0,20	90	Laminado Carbono	1600		
			11	0,02	0	Hormigón	2200		
			12	0,02	0	Laminado Carbono	1600		
PLACA DE F. CARBONO	10	input_hormigón_carbono_7	1	0,10	0	Hormigón	2200	11,597	8,357
			2	0,02	0	Placa de F. Carbono	2137		
			3 a 7	2,76	0	Hormigón	2200		
			8	0,02	0	Placa de F. Carbono	2137		
			9	0,10	0	Hormigón	2200		
PLACA DE F. VIDRIO	11	input_hormigón_vidrio_4	1	0,10	0	Hormigón	2200	11,630	10,455
			2	0,02	0	Placa de F. Vidrio	2940		
			3 a 7	2,76	0	Hormigón	2200		
			8	0,02	0	Placa de F. Vidrio	2940		
			9	0,10	0	Hormigón	2200		

Tabla 6: Pruebas: placas bajo la acción del peso propio y sobrecarga.

Las estructuras modeladas bajo la acción del peso propio y sobrecarga verificaron valores de tensión de compresión y tracción en los materiales por debajo de sus correspondientes valores de rotura (o fluencia, en el caso del acero), resultando significativamente inferiores como se muestra en la tabla 7. En cuanto a la verificación de las tensiones de corte, en el hormigón se tomó como referencia los valores límites de tensión para una losa ejecutada con hormigón H-30 según la norma DIN, según la cual ante una tensión de corte menor a 0,60 MPa, el elemento estructural no requiere verificación de armadura de corte (valor no superado en ninguna de las pruebas). Respecto a los compuestos de fibra, la resistencia al corte de los distintos formatos varía entre 60 y 100 MPa; mientras que el mayor esfuerzo de corte presente en los laminados de la prueba n°9 no supera los 0,14 MPa. Finalmente, también se verificaron tensiones tangenciales de adherencia menores a 2,2 MPa (valor máximo admisible según CIRSOC 201-2005 para hormigón-acero).

PRUEBA	REFUERZO	HORMIGÓN						REFUERZO		
		COMPRESIÓN [Mpa]			TRACCIÓN [Mpa]			TRACCIÓN [Mpa]		
		Máxima	Rotura	Seguridad	Máxima	Rotura	Fisuración	Máxima	Rotura/Fluencia	Seguridad
8	ACERO	3,672	30	8,17	3,646	3,4	SI	24,949	420	16,83
9	LAMINADO DE CARBONO	4,248	30	7,06	4,245	3,4	SI	28,589	3200	111,93
10	PLACA DE CARBONO	3,442	30	8,72	3,439	3,4	SI	34,779	---	---
11	PLACA DE VIDRIO	4,336	30	6,92	4,333	3,4	SI	11,725	---	---

Tabla 7: Tensiones máximas resultantes en pruebas con sobrecarga.

La elevada razón entre los valores de rotura y los valores de tensión máximos resultantes tanto en relación a la compresión del hormigón (con valores de tracción apenas superiores a aquellos que provocan la rotura) como en el refuerzo empleado, infirió a plantear nuevas pruebas con menores espesores de este último. En dichas variantes, se redujo el espesor de la capa de refuerzo de fibras a 5mm. Al verificarse nuevamente las tensiones, se propuso reducir el recubrimiento a 3cm (Tablas 8 y 9); producto de la mayor resistencia a la corrosión de los materiales. En todos los casos, se mantuvo el espesor total de la placa (3m).

Refuerzo	Pruebas	Capas	Espesor	Orient.	Material	Peso Esp.	Carga total	Deflexión Max.
			m	°		kgf/m3		
LAMINADO DE CARBONO	15 input_hormigón_carbono_10	1	0,030	0	Hormigón	2200	11,588	10,783
		2	0,005	0	Laminado Carbono	1600		
		3	0,020	0	Hormigón	2200		
		4	0,005	90	Laminado Carbono	1600		
		5 a 9	2,880	0	Hormigón	2200		
		10	0,005	90	Laminado Carbono	1600		
		11	0,020	0	Hormigón	2200		
		12	0,005	0	Laminado Carbono	1600		
PLACA DE F. CARBONO	16 input_hormigón_carbono_11	1	0,030	0	Hormigón	2200	11,599	10,018
		2	0,005	0	Placa de F. Carbono	2137		
		3 a 7	2,930	0	Hormigón	2200		
		8	0,005	0	Placa de F. Carbono	2137		
		9	0,030	0	Hormigón	2200		
PLACA DE F. VIDRIO	17 input_hormigón_vidrio_6	1	0,030	0	Hormigón	2200	11,607	10,591
		2	0,005	0	Placa de F. Vidrio	2940		
		3 a 7	2,930	0	Hormigón	2200		
		8	0,005	0	Placa de F. Vidrio	2940		
		9	0,030	0	Hormigón	2200		

Tabla 8: Pruebas: placas con reducción de espesor de refuerzo y recubrimiento.

PRUEBA	REFUERZO	HORMIGÓN						REFUERZO		
		COMPRESIÓN [Mpa]			TRACCIÓN [Mpa]			TRACCIÓN [Mpa]		
		Máxima	Rotura	Seguridad	Máxima	Rotura	Fisuración	Máxima	Rotura/Fluencia	Seguridad
15	LAMINADO DE CARBONO	4,517	30	6,64	4,484	3,4	SI	31,916	3200	100,26
16	PLACA DE CARBONO	4,311	30	6,96	4,35	3,4	SI	44,987	---	---
17	PLACA DE VIDRIO	4,516	30	6,64	4,552	3,4	SI	12,784	---	---

Tabla 9: Tensiones máximas resultantes en pruebas con reducción de refuerzo y recubrimiento.

De mismo modo que en el caso anterior, las tensiones máximas resultantes de corte en el hormigón (0,57 MPa) y en el refuerzo (0,043 MPa), resultan inferiores a los valores límites del reglamento y a los valores de rotura. Por razones constructivas se opta por no continuar disminuyendo el espesor del refuerzo de fibras por debajo de los 5mm. Sin embargo, existen aún otras variantes a verificar, que no son posibles de llevar a cabo en la estructura armada con acero: 1) reforzar únicamente la zona inferior de la placa (Tablas 10 y 11); y 2) emplear una placa de fibras inferior sin recubrimiento (Tabla 12 y 13)

Refuerzo	Pruebas	Capas	Espesor	Orient.	Material	Peso Esp. kgf/m3	Carga total tonf/m2	Deflexión Max. mm
			m	°				
LAMINADO DE CARBONO	18 input_hormigón_carbono_12	1	0,030	0	Hormigón	2200	11,594	10,844
		2	0,005	0	Hormigón	2200		
		3	0,020	0	Hormigón	2200		
		4	0,005	90	Hormigón	2200		
		5 a 9	2,880	0	Hormigón	2200		
		10	0,005	90	Laminado Carbono	1600		
		11	0,020	0	Hormigón	2200		
		12	0,005	0	Laminado Carbono	1600		
PLACA DE F.CARBONO	19 input_hormigón_carbono_13	1	0,030	0	Hormigón	2200	11,600	10,65
		2	0,005	0	Hormigón	2200		
		3 a 7	2,930	0	Hormigón	2200		
		8	0,005	0	Placa de F.Carbono	2137		
		9	0,030	0	Hormigón	2200		
PLACA DE F.VIDRIO	20 input_hormigón_vidrio_7	1	0,030	0	Hormigón	2200	11,604	0
		2	0,005	0	Hormigón	2200		
		3 a 7	2,930	0	Hormigón	2200		
		8	0,005	0	Placa de F. Vidrio	2940		
		9	0,030	0	Hormigón	2200		

Tabla 10: Pruebas: placas únicamente con refuerzo inferior.

PRUEBA	REFUERZO	HORMIGÓN						REFUERZO		
		COMPRESIÓN [Mpa]			TRACCIÓN [Mpa]			TRACCIÓN [Mpa]		
		Máxima	Rotura	Seguridad	Máxima	Rotura	Fisuración	Máxima	Rotura/Fluencia	Seguridad
18	LAMINADO DE CARBONO	4,583	30	6,55	4,48	3,4	SI	32,03	3200	99,91
19	PLACA DE CARBONO	4,542	30	6,61	4,332	3,4	SI	46,649	---	---
20	PLACA DE VIDRIO	4,624	30	6,49	4,57	3,4	SI	12,943	---	---

Tabla 11: Tensiones máximas resultantes en pruebas únicamente con refuerzo inferior

Refuerzo	Pruebas	Capas	Espesor	Orient.	Material	Peso Esp. kgf/m3	Carga total tonf/m2	Deflexión Max. mm
			m	°				
PLACA DE F.CARBONO	21 input_hormigón_carbono_14	1	0,030	0	Hormigón	2200	11,600	10,58
		2	0,005	0	Hormigón	2200		
		3 a 7	2,960	0	Hormigón	2200		
		8	0,005	0	Placa de F.Carbono	2137		
PLACA DE F.VIDRIO	22 input_hormigón_vidrio_8	1	0,030	0	Hormigón	2200	11,604	11,173
		2	0,005	0	Hormigón	2200		
		3 a 7	2,960	0	Hormigón	2200		
		8	0,005	0	Placa de F. Vidrio	2940		

Tabla 12: Pruebas: placas sin recubrimiento

PRUEBA	REFUERZO	HORMIGÓN						REFUERZO		
		COMPRESIÓN [Mpa]			TRACCIÓN [Mpa]			TRACCIÓN [Mpa]		
		Máxima	Rotura	Seguridad	Máxima	Rotura	Fisuración	Máxima	Rotura/Fluencia	Seguridad
21	PLACA DE CARBONO	4,513	30	6,65	4,302	3,4	SI	47,018	---	---
22	PLACA DE VIDRIO	4,563	30	6,57	4,516	3,4	SI	13,308	---	---

Tabla 13: Tensiones máximas resultantes en pruebas sin recubrimiento

A continuación se muestran los diagramas representativos de la distribución de tensiones a lo largo del espesor de la estructura (z), correspondientes a una placa reforzada en su zona inferior por una placa de fibra de fibra carbono sin recubrimiento, verificada anteriormente (Figuras 10, 11, y 12).

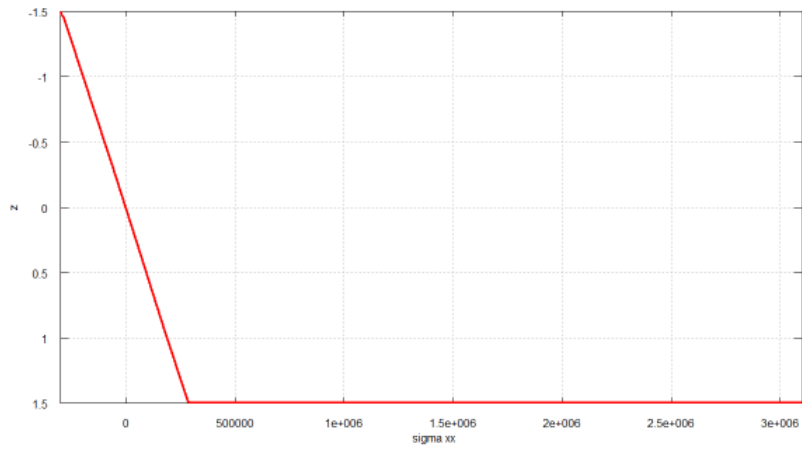


Figura 10: Máximas tensiones normales  $\sigma_{xx}(z)$  [kgf/m<sup>2</sup>] en el elemento central de la placa (Prueba n°22)

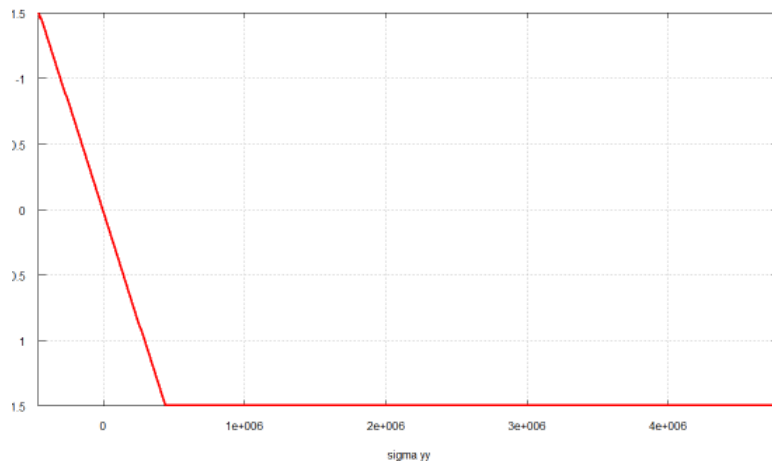


Figura 11: Máximas tensiones normales  $\sigma_{yy}(z)$  [kgf/m<sup>2</sup>] en el elemento central de la placa (Prueba n°22)

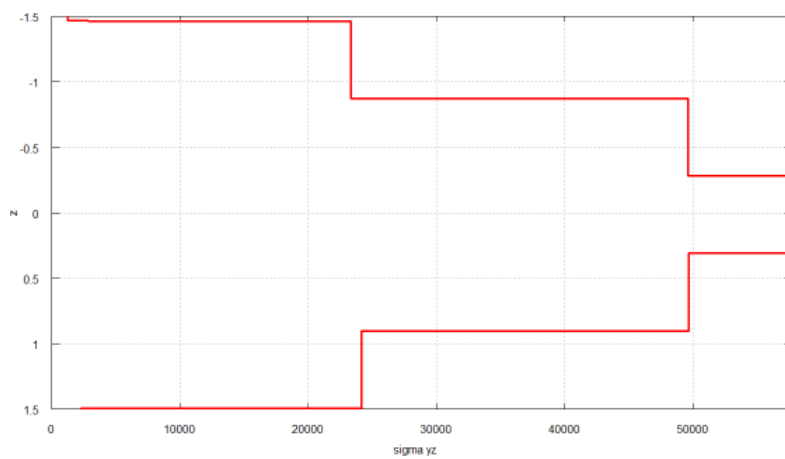


Figura 12: Máximas tensiones tangenciales  $\tau_{yz}(z)$  [kgf/m<sup>2</sup>] en el elemento 6 de la placa (Prueba n°22)

## 8. CONCLUSIONES

El modelo numérico adoptado resultó adecuado para representar una placa rectangular gruesa, compuesta por capas o láminas de varios materiales. Incluso ha conseguido representar los casos en que alguna de estas capas no constituyan en la realidad una placa continua de material, como es el caso de los refuerzos de barras de acero o laminados de fibra de carbono, mediante el ingreso de módulos de elasticidad en la dirección perpendicular a la principal de inferior orden de magnitud (100 veces menor).

La comparación de los resultados obtenidos para los casos analizados y los materiales empleados en las modelizaciones, permiten establecer las siguientes conclusiones:

- Es factible reemplazar el acero por elementos análogos de fibra de carbono en estructuras de hormigón armado, por su mayor capacidad de tomar tensiones en comparación con los tejidos y su comportamiento similar a las barras de acero. Además se ha verificado que el modelo elástico lineal para el acero y los compuestos de fibras es igualmente válido para ambos, es posible adoptar criterios similares de diseño para las secciones necesarias de los nuevos refuerzos Sin embargo, es posible que deban considerarse coeficientes de seguridad o factores mayoradores en la combinación de carga diferentes a los aplicados en el diseño tradicional de hormigón armado con refuerzos de acero en barras, debido a la inexistencia de una zona de fluencia como presenta el acero. En las modelaciones, los resultados de las variantes propuestas arrojaron valores de tensiones considerablemente inferiores a los valores de rotura; como así también resultaron los esfuerzos de corte y las tensiones de adherencia, respecto a los límites reglamentarios. Por lo tanto, deberá avanzarse en investigar cuáles son las condiciones de la rotura de los elementos reforzados con fibra de carbono, para buscar una analogía completa.
- Debe analizarse las diferentes formas de presentación de las fibras por varias razones: por un lado, dependiendo de la conformación de la fibra, se tiene una disminución en los valores de rigidez y resistencia; pero por otro lado, esta conformación permite conseguir un formato adecuado a las necesidades estructurales y constructivas. En las modelaciones realizadas, una de las variantes fue la utilización de un refuerzo en forma de placa bidireccional con propiedades mecánicas próximos a las fibras, que resultó muy conveniente, no sólo por la verificación de las tensiones y una leve reducción del peso propio de la estructura, sino también por las variaciones que permite su uso como la colocación de una única placa en la zona inferior.
- Esta última condición resulta muy interesante, pues permitiría la reducción o la eliminación total del recubrimiento y el uso de la fibra de carbono como encofrado perdido al mismo tiempo que como elemento de refuerzo. Este tipo de soluciones no resultan aplicables en estructuras armadas tradicionalmente con acero sometidos a un ambiente marino.
- Finalmente, puede afirmarse que al comportarse los compuestos de fibra de carbono y fibra de vidrio en conjunto con el hormigón de igual manera que el acero, resulta factible esta nueva aplicación en estructuras, siendo fundamentalmente importante en aquellas emplazadas en ambientes agresivos. Aún así, será necesario desarrollar nuevos avances en esta investigación que comprenda un análisis de costos (tanto de los materiales

empleados como de los métodos de construcción), tiempos de ejecución, criterios de dimensionamiento y conformación de refuerzos que garanticen una adecuada adherencia.

## **9. REFERENCIAS**

[1] CARNICER. DESÍA. SCHWARZ. “Modelización de placas multicapas mediante elementos finitos con variables mixtas (cinemáticas y estáticas)”. Trabajo presentado para las 22° Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural. 2012.

## **10. BIBLIOGRAFÍA**

- MACDONEL MARTÍNEZ, PINDTER VEGA, HERREJÓN DE LA TORRE, PIZÁ ORTIZ Y LÓPEZ GUTIERREZ. “Ingeniería marítima y portuaria”. Alfaomega, 1999.
- MIRAVETE, ANTONIO. “Materiales Compuestos I”. Editorial Reverté. Barcelona, España. 2007
- SIKA ARGENTINA. Página Web. <http://arg.sika.com/>
- TIMOSHENKO. WOINOWSKY-KRIEGER. “Teoría de Láminas y Placas”, Ediciones Urmo. 1 ed. 1970
- ZARATE, OÑATE, “MAT-Fem Learning Finite Elements with MATLAB and GID”, 2006.