

EVALUACIÓN DE LA SEGURIDAD DE SECCIONES FLEXOCOMPRESIDAS DE HORMIGÓN ARMADO

Stefanini, Sebastian
Ingeniero Civil
UTN - FRBA
ing_stefanini@hotmail.com

RESUMEN

El Reglamento CIRSOC 201-05 adopta el formato de diseño por factores de carga y resistencia (LRFD) para lograr cierto grado de seguridad en los diseños de las estructuras de hormigón armado. Una forma de evaluar el grado de seguridad logrado es mediante el cálculo de los índices de seguridad para los valores de las variables que intervienen en el diseño. Para la selección de dichos valores se adoptan los típicos para las estructuras corrientes de hormigón armado contempladas en el Reglamento. El cálculo de dichos índices presenta cierto grado de dificultad cuando se aplica al diseño de secciones flexo-comprimidas. Una forma de salvar esta dificultad es utilizando el método discreto de Rosenblueth.

ABSTRACT

CIRSOC 201-05 Regulation adopts load and resistance factor design format (LRFD) to achieve some degree of security in the design of reinforced concrete structures. One way to assess the level of safety is achieved by calculating the safety index for the values of the variables involved in the design. For the selection of these values are taken to the typical currents of reinforced concrete structures under Regulation. The calculation of these index has some difficulty when applied to the design of flexo-compressed sections. One way to overcome this difficulty is to use the discrete method of Rosenblueth.

EVALUACIÓN DE LA SEGURIDAD

Con el objeto de evaluar la seguridad de distintas secciones de hormigón armado diseñadas de acuerdo al Reglamento Argentino de estructuras de hormigón CIRSOC 201-05 se procederá a calcular los índices de seguridad β (Cornell-1969) obtenidos para distintos casos contemplados en dicho reglamento. Dichos índices se encuentran correlacionados en mayor o menor medida con probabilidades de falla.

Los índices de seguridad se calcularán con el point estimate method. Este método fue presentado por Emilio Rosenblueth de la Universidad Nacional Autónoma de México en 1975. El objetivo del método es la estimación de momentos (en general media y varianza) de funciones de variables aleatorias a efectos de evaluar la seguridad en un diseño estructural. La esencia del método consiste en tratar variables aleatorias continuas como si las mismas fuesen discretas.

Solo se considerarán los esfuerzos provocados por cargas permanentes (D) y sobrecargas (L). No se contemplan esfuerzos de segundo orden.

Se analizarán secciones rectangulares solicitadas con compresión axial, flexión simple y flexión compuesta.

VARIABLES ALEATORIAS

Las acciones sobre las estructuras y las respectivas solicitaciones se consideran variables aleatorias. Se supone una relación lineal entre las acciones y las solicitaciones.

La resistencia nominal de una sección se calcula en función de variables aleatorias, por lo tanto la resistencia nominal de una sección es una variable aleatoria.

El cálculo de las solicitaciones y de la resistencia nominal de una sección normalmente se determina en función de valores nominales de las variables que intervienen en el diseño estructural, las cuales se hallan asociadas a valores característicos.

Para determinar la relación existente entre el valor medio y un valor característico de una variable aleatoria se debe conocer la función de densidad de probabilidad y el coeficiente de variación de dicha variable.

Llamando $f(x)$ a la función de densidad de probabilidades, μ al valor medio, δ al coeficiente de variación y k al valor característico correspondiente al percentil $k\%$ se puede determinar la relación

$\alpha = \frac{k}{\mu}$	(1)
--------------------------	-----

resolviendo la ecuación

$\int_{-\infty}^k f(x, \mu, \delta) dx = k\%$	(2)
---	-----

En la siguiente tabla se observan algunas relaciones

Tipo de distribución	Percentil	Coeficientes de variación				
		0,05	0,10	0,15	0,20	0,30
Normal	98%	1,1027	1,2054	1,3081	1,4107	1,6161
	95%	1,0822	1,1645	1,2467	1,3290	1,4935
	10%	0,9359	0,8718	0,8078	0,7437	0,6155
	5%	0,9178	0,8355	0,7533	0,6710	0,5065

Tabla 1 – Coeficientes α

Se considera que todas las variables aleatorias tienen distribución normal (Mirza and Mac Gregor – 1979, Melchers – 1999, Ellingwood – 1978).

La carga muerta normalmente está subestimada, por lo tanto se supone que su valor medio es un 5% mayor que su valor nominal. En cambio la sobrecarga de diseño se supone igual a su valor medio (Ellingwood – 1980).

Para las cargas muertas y las sobrecargas se adoptan coeficientes de variación del 10% y 25% respectivamente (Melchers – 1999).

El coeficiente de variación de la tensión de fluencia del acero se supone igual al 5% (Mirza and Mac Gregor – 1979) y el de la resistencia especificada del hormigón igual al 20% correspondiendo a un control de calidad medio (Melchers – 1999). Los percentiles correspondientes a los valores característicos son 5% y 10% respectivamente (CIRSOC 201-05).

El coeficiente de variación de la altura efectiva de los refuerzos para columnas se supone igual a 5.5mm/d (Tso and Zelman – 1970).

RANGO DE VALORES DE LAS VARIABLES

En las estructuras corrientes de hormigón armado se observa que las cargas permanentes suelen ser de mayor magnitud que las sobrecargas. Además a efectos de utilizar una única combinación de factores de mayoración de cargas ($\gamma_D = 1.2$ y $\gamma_L = 1.6$) se adopta una relación entre las sobrecargas y las cargas permanentes en el rango de 1:8 a 1:1

Para la resistencia especificada del hormigón se adoptan hormigones clase H20 H40. También se adopta acero nervurado de dureza natural ADN420

ECUACIÓN DE ESTADO LÍMITE

De acuerdo al CIRSOC 201-05 la ecuación de diseño por resistencia es

$\phi \cdot S_n = 1.2D + 1.6L$	(3)
--------------------------------	-----

Siendo ϕ un factor de minoración de la resistencia nominal.

Para una determinada resistencia S_n y una relación L/D se puede calcular D

$D = \frac{\phi \cdot S_n}{1.2 + 1.6L/D}$	(4)
---	-----

En lo que sigue se elegirá una sección arbitraria, luego se determinarán las cargas nominales que se corresponden con su estado límite, seguido se estimarán sus valores medios y desvíos estándar, por último se calculará el índice de seguridad de la sección con el point estimate method.

En cada caso se calculará el factor de seguridad global (FS)

$FS = \frac{S_n}{D + L}$	(5)
--------------------------	-----

TRACCIÓN AXIAL

De acuerdo al CIRSOC 201-05: $\phi = 0.9$

Siendo b el ancho de la sección, h la altura de la sección, f_y la tensión de fluencia del acero, r_o la cuantía geométrica de la sección, P_n la resistencia nominal a tracción de la sección y g la diferencia entre la resistencia y la sollicitación.

Para $L/D = 0.125$

	f_y kPa	r_o	b m	h m	P_n kN	D kN	L kN
valor	420000	1,00%	0,25	0,25	263	169	21
caract.	457616	1,00%	0,25	0,25	286	177	21
media	5%					10%	25%
cov	22881					18	5
sigma	434735					159	16
med-sigma	480497					195	26
med+sigma							

PUNTO	f_y	r_o	b	h	P	D	L	g	g^2
1	434735	1,00%	0,25	0,25	272	159	16	96	9297
2	434735	1,00%	0,25	0,25	272	159	26	86	7374
3	434735	1,00%	0,25	0,25	272	195	16	61	3719
4	434735	1,00%	0,25	0,25	272	195	26	50	2544
5	480497	1,00%	0,25	0,25	300	159	16	125	15630
6	480497	1,00%	0,25	0,25	300	159	26	114	13104
7	480497	1,00%	0,25	0,25	300	195	16	90	8025
8	480497	1,00%	0,25	0,25	300	195	26	79	6247
									8243

media g 88
 sigma g 23
 cov g 26,6%
 beta 3,75
 FS 1,38

Análogamente para $L/D = 1$

media g 113
 sigma g 27
 cov g 23,9%
 beta 4,19
 FS 1,56

Nº cálculo	L/D	Beta	FS
1	0,125	3,75	1,38
2	1	4,19	1,56
	Promedio	3,97	1,47
	Desv est	0,31	0,13
	COV	8%	9%

Tabla 2 – Tracción axial

COMPRESIÓN AXIAL

De acuerdo al CIRSOC 201-05: $\phi = 0.65$

Si no se considera la reducción de la resistencia a carga axial debido a excentricidades inevitables a efecto de obtener resultados comparables con los correspondientes a flexión compuesta con pequeña excentricidad.

Nº cálculo	f'c	ro	L/D	Beta	FS
1	20	1	0,125	3,37	1,91
2	20	1	1	3,63	2,15
3	20	4	0,125	4,40	1,91
4	20	4	1	4,72	2,15
5	40	1	0,125	3,15	1,91
6	40	1	1	3,40	2,15
7	40	4	0,125	3,78	1,91
8	40	4	1	4,07	2,15
Promedio				3,82	2,03
Desv est				0,54	0,13
COV				14%	6%

Tabla 3 – Compresión axial

Si se considera la reducción de la resistencia a carga axial tal que $P_{n,max} = 0.8P_0$

Nº cálculo	f'c	ro	L/D	Beta	FS
1	20	1	0,125	3,79	1,91
2	20	1	1	4,01	2,15
3	20	4	0,125	4,80	1,91
4	20	4	1	5,09	2,15
5	40	1	0,125	3,57	1,91
6	40	1	1	3,78	2,15
7	40	4	0,125	4,20	1,91
8	40	4	1	4,46	2,15
Promedio				4,21	2,03
Desv est				0,53	0,13
COV				13%	6%

Tabla 4 – Compresión axial con $P_{n,max} = 0.8P_0$

FLEXIÓN SIMPLE

De acuerdo al CIRSOC 201-05 para secciones controladas por tracción: $\phi = 0.9$

Las alturas efectivas de las secciones solicitadas a flexión se adoptan en el rango de 15cm a 90cm

En cada caso se evaluarán secciones con cuantías de acero entre la mínima y la máxima reglamentarias.

	$\rho_{\text{mín}} (\%)$	$\rho_{\text{máx}} (\%)$
H20	0.33	1.29
H40	0.38	2.36

Tabla 5 – Cuantías geométricas extremas reglamentarias

Nº cálculo	f'c	ro	d	L/D	Beta PEM	FS
1	20	ro mín	15	0,125	2,54	1,38
2	20	ro mín	15	1	3,05	1,56
3	20	ro mín	90	0,125	2,67	1,38
4	20	ro mín	90	1	3,18	1,56
5	20	ro máx	15	0,125	2,76	1,38
6	20	ro máx	15	1	3,25	1,56
7	20	ro máx	90	0,125	2,95	1,38
8	20	ro máx	90	1	3,44	1,56
9	40	ro mín	15	0,125	2,51	1,38
10	40	ro mín	15	1	3,01	1,56
11	40	ro mín	90	0,125	2,63	1,38
12	40	ro mín	90	1	3,14	1,56
13	40	ro máx	15	0,125	2,74	1,38
14	40	ro máx	15	1	3,23	1,56
15	40	ro máx	90	0,125	2,92	1,38
16	40	ro máx	90	1	3,42	1,56

Promedio	2,97	1,47
Desv est	0,30	0,09
COV	10%	6%

Tabla 6 – Flexión simple

FLEXIÓN COMPUESTA

De acuerdo al CIRSOC 201-05 para secciones controladas por compresión (con estribos): $\phi = 0.65$

Las alturas de las secciones solicitadas a flexión compuesta se adoptan en el rango de 20cm a 40cm

En cada caso se evaluarán secciones con cuantías de acero entre la mínima y la mitad de la máxima reglamentaria a efecto de considerar zonas de empalmes.

Las barras de refuerzo se disponen en forma simétrica en la cara más comprimida y en la menos comprimida o traccionada.

Se supone que los esfuerzos axiales y los momentos flexores mantienen la proporcionalidad a efectos de evaluar la seguridad de la sección.

Se analizan distintas excentricidades $e = M_n / P_n$

Nº cálculo	f'c	ro	h	L/D	Beta	FS
1	20	1%	20	0,125	3,18	1,91
2	20	1%	20	1	3,43	2,15
3	20	1%	40	0,125	3,19	1,91
4	20	1%	40	1	3,44	2,15
5	20	4%	20	0,125	3,89	1,91
6	20	4%	20	1	4,19	2,15
7	20	4%	40	0,125	3,90	1,91
8	20	4%	40	1	4,20	2,15
9	40	1%	20	0,125	3,06	1,91
10	40	1%	20	1	3,30	2,15
11	40	1%	40	0,125	3,07	1,91
12	40	1%	40	1	3,31	2,15
13	40	4%	20	0,125	3,47	1,91
14	40	4%	20	1	3,74	2,15
15	40	4%	40	0,125	3,48	1,91
16	40	4%	40	1	3,75	2,15

Promedio	3,54	2,03
Desv est	0,37	0,12
COV	10%	6%

Tabla 7 – e/h=10%

Nº cálculo	f'c	ro	h	L/D	Beta	FS
1	20	1%	20	0,125	3,08	1,91
2	20	1%	20	1	3,33	2,15
3	20	1%	40	0,125	3,16	1,91
4	20	1%	40	1	3,41	2,15
5	20	4%	20	0,125	3,66	1,91
6	20	4%	20	1	3,96	2,15
7	20	4%	40	0,125	3,86	1,91
8	20	4%	40	1	4,16	2,15
9	40	1%	20	0,125	3,02	1,91
10	40	1%	20	1	3,25	2,15
11	40	1%	40	0,125	3,05	1,91
12	40	1%	40	1	3,29	2,15
13	40	4%	20	0,125	3,34	1,91
14	40	4%	20	1	3,61	2,15
15	40	4%	40	0,125	3,47	1,91
16	40	4%	40	1	3,74	2,15

Promedio 3,46 2,03
Desv est 0,34 0,12
COV 10% 6%

Tabla 8 – e/h=25%

Nº cálculo	f'c	ro	h	L/D	Beta	FS	es
1	20	1%	20	0,125	2,47	1,77	2,70
2	20	1%	20	1	2,68	1,99	2,70
3	20	1%	40	0,125	2,80	1,79	2,50
4	20	1%	40	1	3,04	2,01	2,50
5	20	4%	20	0,125	3,11	1,91	1,30
6	20	4%	20	1	3,35	2,15	1,30
7	20	4%	40	0,125	3,61	1,91	1,10
8	20	4%	40	1	3,88	2,15	1,10
9	40	1%	20	0,125	2,19	1,52	4,00
10	40	1%	20	1	2,44	1,71	4,00
11	40	1%	40	0,125	2,28	1,50	4,10
12	40	1%	40	1	2,57	1,69	4,10
13	40	4%	20	0,125	2,88	1,91	1,60
14	40	4%	20	1	3,10	2,15	1,60
15	40	4%	40	0,125	3,26	1,91	1,50
16	40	4%	40	1	3,51	2,15	1,50

Promedio 2,95 1,89 2,35
Desv est 0,50 0,21 1,15
COV 17% 11% 49%

Tabla 9 – e/h=50%

Nº cálculo	f'c	ro	h	L/D	Beta	FS	e
1	20	1%	20	0,125	2,80	1,91	44%
2	20	1%	20	1	3,01	2,15	44%
3	20	1%	40	0,125	3,02	1,91	45%
4	20	1%	40	1	3,25	2,15	45%
5	20	4%	20	0,125	2,45	1,91	100%
6	20	4%	20	1	2,62	2,15	100%
7	20	4%	40	0,125	3,19	1,91	94%
8	20	4%	40	1	3,43	2,15	94%
9	40	1%	20	0,125	2,86	1,91	39%
10	40	1%	20	1	3,07	2,15	39%
11	40	1%	40	0,125	2,98	1,91	39%
12	40	1%	40	1	3,20	2,15	39%
13	40	4%	20	0,125	2,66	1,91	64%
14	40	4%	20	1	2,86	2,15	64%
15	40	4%	40	0,125	3,11	1,91	67%
16	40	4%	40	1	3,34	2,15	67%

Promedio	2,99	2,03	62%
Desv est	0,27	0,12	0,24
COV	9%	6%	38%

Tabla 10 – $\varepsilon_s = 2/1000$

CONCLUSIONES

excentricidad	beta	COV (beta)	FS	COV (FS)
0	3,82	14%	2,03	6%
10%	3,54	10%	2,03	6%
25%	3,46	10%	2,03	6%
50%	2,95	17%	1,89	11%
flexión simple	2,97	10%	1,47	6%
tracción	3,97	8%	1,47	9%

Tabla 11 – Resumen de valores medios y coeficientes de variación

De la siguiente tabla resumen se desprende que las secciones en las que predomina la compresión (secciones controladas por compresión) se obtienen índices de seguridad mayores que en aquellas en las que predomina la flexión (secciones controladas por tracción).

El índice de seguridad obtenido en las secciones solicitadas a tracción axial es excesivo con respecto al de las secciones solicitadas a flexión simple. Siguiendo con esta comparación se observa que un mismo factor de seguridad global implica índices de seguridad bien diferentes.

Los coeficientes de variación de los índices de seguridad en general son mayores que aquellos correspondientes a los factores de seguridad globales debido a que los primeros son más sensibles a la variación de las variables que intervienen en su determinación.

El uso del método de Rosenblueth aplicado al cálculo de índices de seguridad en casos como la flexión compuesta es muy simple. Estos resultados si bien no pretenden dar una valoración absoluta de la seguridad de las estructuras, si son útiles para dar consistencia a la elección de los factores de seguridad, ya sean globales o parciales.

Es de sumo interés el cálculo de los índices de seguridad en secciones solicitadas a flexión compuesta cuando las cargas axiales no son proporcionales a los momentos flexores. Este caso se presenta en los muros contraviento.

Bibliografía:

Ellingwood (1978), "Reliability basis of load and resistance factors for reinforced concrete design, National Bureau of standards building science series

Israel, Ellingwood and Corotis (1987), "Reliability-based Code formulations for reinforced concrete buildings", Journal of structural engineering ASCE

Madsen, Krenk and Lind (1986), "Method of structural safety", Dover Publications inc.

Melchers (1999), "Structural reliability analysis and prediction", John Wiley & sons Inc.

Baecher and Christian (2003), "Reliability and statistics in geotechnical engineering", John Wiley & sons Inc.

Reglamento Argentino de estructuras de hormigón CIRSOC 201-05 (2005), INTI.