

## EVALUACIÓN ESTADÍSTICA DE LOS CRITERIOS DE ESPESOR MÍNIMO EN LOSAS PARA CONTROL DE DEFLEXIONES

Dr. Ing. Raúl Bertero; MSc. Ing. Agustín Bertero  
Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires  
r.bertero@gmail.com

### RESUMEN

En el diseño de losas armadas en dos direcciones los requisitos de funcionamiento se verifican automáticamente cumpliendo con los criterios de espesor mínimo, sin necesidad de determinar cuál es el valor de deflexión esperado bajo cargas de servicio. En los últimos años se ha expresado preocupación acerca de la efectividad que tienen estas disposiciones para controlar que las deflexiones no superen los valores permisibles. Este trabajo evalúa desde un punto de vista estadístico las deflexiones resultantes en losas en dos direcciones diseñadas de acuerdo a los requisitos de espesor mínimo en el reglamento ACI 318. Sobre la base de los resultados, se hacen recomendaciones para futuras revisiones de este reglamento.

### ABSTRACT

*Minimum thickness provisions are widely used in engineering practice to comply with the serviceability requirements for two-way slabs without calculating the expected deflection under service conditions. However, concern has been raised about the effectiveness that the 45-year-old provisions in ACI 318 have in controlling slab deflections within the permissible values. This paper evaluates from a statistical stand-point the computed deflections of two-way slabs designed to comply with the minimum thickness requirements in ACI 318. Based on the results, recommendations are made for future revisions of the Code.*

## INTRODUCCIÓN

El Reglamento ACI 318-14 (ACI 318, 2014) presenta dos métodos diferentes para controlar deflexiones en losas armadas en dos direcciones. El primero, y más obvio, consiste en calcular la deflexión esperada ante diferentes estados de carga y compararla con los valores permisibles. En el segundo enfoque el cálculo de deflexiones puede evitarse y los requisitos de servicio (o funcionamiento) se cumplen automáticamente si se provee de un cierto espesor mínimo al elemento estructural. Si bien los criterios de espesor mínimo son muy populares en la práctica profesional, varios autores han cuestionado la validez de las disposiciones en ACI 318 por diferentes razones.

En primer lugar, hay críticas en relación con las hipótesis presentes detrás de estos criterios (Gilbert, 1985; Scanlon y otros, 2001; Bondy, 2005; Gardner, 2011). Al permitir que se evite el cálculo de las deflexiones, el reglamento implícitamente acepta que si se adopta un espesor mínimo según la sección 8.3.1, entonces el cálculo de las deflexiones resultaría en valores inferiores a los máximos permisibles según la tabla 24.2.2. Teniendo en cuenta que estos límites dependen de si la losa soporta elementos susceptibles a sufrir daños por grandes deflexiones o no, los criterios de espesor mínimo deberían depender de esta condición.

Por otro lado, estos criterios son independientes de la carga y de las propiedades del hormigón. Si bien el reglamento indica que los “espesores mínimos no son aplicables a losas con cargas permanentes inusualmente altas o construidas con concreto que tenga un módulo de elasticidad significativamente menor que el de concreto común de peso normal”, no se provee un rango de aplicabilidad para cada uno de estos parámetros. Más aún, tampoco se especifican rangos de longitudes para las cuales estos espesores mínimos son válidos.

Aún más importante, varias publicaciones indican que adoptar estos espesores mínimos en el diseño de losas puede resultar en deflexiones a largo plazo mayores que las admisibles. Varios autores han llegado a esta conclusión analizando datos de campo (Rangan y McMullen, 1978) o mediante estudios paramétricos (Scanlon y Thompson, 1990; Lee y Scanlon, 2010). Incluso algunos de ellos han propuesto criterios alternativos que consideran el nivel de carga, las propiedades del hormigón y los límites de deflexión. Sin embargo, ninguno de estos estudios fue realizado dentro de un marco estadístico que permitiera determinar qué porcentaje de una cierta población de losas resulta en deflexiones mayores que las permitidas por los requisitos de servicio. Este trabajo intenta clarificar los efectos que tienen distintas variables de diseño en las deflexiones calculadas, y establecer el rango de valores para los cuales los límites provistos en la sección 8.3.1 del ACI 318-14 son consistentes con los requisitos de servicio. El alcance de este estudio se limita a evaluar los criterios de espesor mínimo y cálculo de deflexiones para losas armadas en dos direcciones siguiendo las indicaciones del reglamento ACI 318-14.

## CÁLCULO DE DEFLEXIONES

Predecir la deflexión de una losa armada en dos direcciones es un problema complejo. La respuesta de estructuras de hormigón armado ante cargas exteriores

es no-lineal, principalmente debido a la fisuración del hormigón y a los efectos del creep. Por ello, para estimar deflexiones de la forma más precisa posible se requiere de un sofisticado análisis de elementos finitos utilizando adecuadas relaciones constitutivas (Polak y Vecchio, 1993). Sin embargo, esto casi nunca se realiza en la práctica debido al gran costo computacional requerido por este tipo de análisis. En la literatura puede encontrarse una gran variedad de alternativas de aplicación práctica. Por ejemplo, Polak (1996) propuso el uso de un modelo de elementos finitos isótropo para diseñar la losa, y luego construir un modelo ortótropo basado en la rigidez efectiva de cada elemento para calcular los desplazamientos. Chang y Hwang (1996) desarrollaron expresiones algebraicas para la deflexión máxima que tienen en cuenta efectos de fisuración, condiciones de borde, y efectos de cargas a largo plazo. Más recientemente, el análisis seccional, el cual computa deflexiones a partir de la variación de curvatura a lo largo de la longitud del elemento, ha demostrado ser un enfoque más confiable (Ghali y Gayed, 2014).

Los criterios del ACI 318-14 para cálculo de deflexiones se presentan en su sección 24.2. De acuerdo al reglamento, “las deflexiones inmediatas deben calcularse mediante los métodos o fórmulas usuales para deflexiones elásticas, teniendo en cuenta los efectos de la fisuración y del refuerzo en la rigidez del miembro.” Una vez que se obtienen las deflexiones elásticas, el efecto de la fisuración es incorporado a través del momento de inercia efectivo  $I_e$  (Branson, 1965), el cual provee una transición entre el momento de inercia de la sección sin fisurar  $I_g$  y el de la sección fisurada  $I_{cr}$ . Finalmente, las deflexiones dependientes del tiempo se obtienen afectando las deflexiones inmediatas por un multiplicador. Según Hossain y otros (2011) y Ghali y Gayed (2014), este procedimiento simplificado tiene dos problemas fundamentales. En primer lugar, la ecuación utilizada para determinar el momento de inercia efectivo subestima las deflexiones en miembros con baja cuantía de armadura. Segundo, la utilización de un único multiplicador no puede tener en cuenta todos los factores que afectan las deflexiones a largo plazo. Más allá de estas limitaciones, considerando que el objeto del estudio es comparar los dos métodos presentados en ACI 318-14 para controlar deflexiones en losas armadas en dos direcciones, en este trabajo las deflexiones se calculan siguiendo los criterios establecidos en el reglamento.

La determinación de la deflexión en el centro de una losa no fisurada puede obtenerse fácilmente mediante el uso del método de elementos finitos. Por el contrario, la inclusión de los efectos de fisuración mediante el momento de inercia efectivo no es tan trivial en losas como lo es para vigas. Ni el reglamento ni el ACI 435 (ACI 435, 1995) dan precisiones sobre este tema. En este trabajo se sigue el enfoque propuesto por Chang y Hwang (1996) e ilustrado en la Figura 1 para un panel interior, en el cual se descompone la deflexión elástica en tres componentes: (1) la deformada de las vigas o de las fajas entre columnas en la dirección larga, (2) la deformada de las vigas o de las fajas entre columnas en la dirección corta, y (3) la deformada de una losa empotrada en sus cuatros lados. De esta manera, la deflexión en el centro del tramo  $w$  se obtiene como

$$w = \Delta_{b1} + \Delta_{b2} + \delta_s \quad (1)$$

donde  $\Delta_{b1}$  y  $\Delta_{b2}$  son las deflexiones en el centro del tramo de las vigas o de las fajas entre columnas en las direcciones larga y corta, respectivamente, y  $\delta_s$  es un coeficiente. Es importante resaltar que  $\delta_s$  no es la deflexión de una losa empotrada en sus cuatro lados. Por el contrario, se trata de un coeficiente que resuelve el equilibrio por principios energéticos para valores dados de  $\Delta_{b1}$  y  $\Delta_{b2}$ . Chang y Hwang utilizan esta descomposición para obtener una ecuación algebraica que permita estimar  $w$ . En este estudio, el equilibrio se resuelve por el método de elementos finitos y la descomposición se realiza en sentido contrario para despejar  $\delta_s$ . De esta forma los efectos de fisuración pueden incorporarse a cada componente de deflexión por separado.

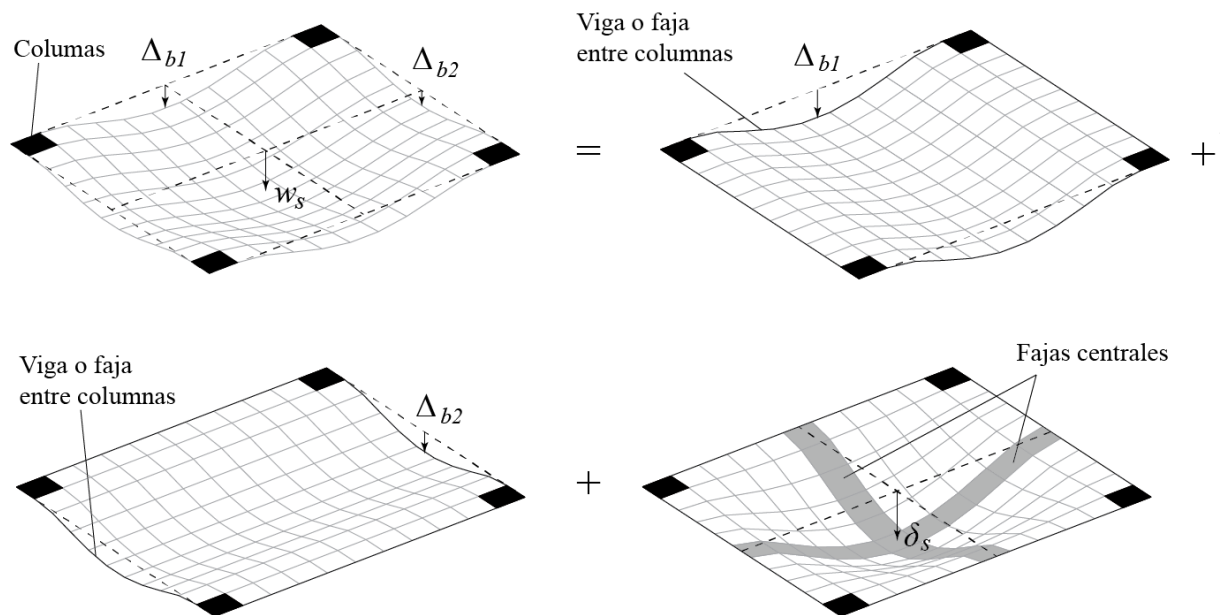


Figura 1. Descomposición de deflexiones para una losa interior

En losas sin vigas, considerando la distribución de momentos, puede asumirse que la fisuración ocurre principalmente en las fajas entre columnas y no en las fajas centrales. De esta manera, la deflexión del centro de tramo  $w$  puede obtenerse amplificando solo  $\Delta_{b1}$  y  $\Delta_{b2}$ . Este último paso se lleva a cabo de acuerdo a lo indicado en la sección 24.2.3 del ACI 318-14, tomando el promedio de los momentos de inercia efectivos en las secciones críticas de momento positivo y negativo de las fajas entre columnas. Esto es,

$$I_e = 0.50I_{e,C} + 0.25(I_{e,Ext1} + I_{e,Ext2}) \quad (2)$$

donde  $I_{e,C}$  es el momento de inercia efectivo en el centro del tramo, mientras que  $I_{e,Ext1}$  e  $I_{e,Ext2}$  son los correspondientes a los extremos de la faja entre columnas.

Un procedimiento similar se adopta en el caso de losas apoyadas sobre vigas. Sin embargo, en caso de que las vigas sean suficientemente rígidas, ignorar los efectos de fisuración en las fajas interiores de la losa puede resultar en una subestimación

de la deflexión total. Por ello, además de considerar la fisuración en las vigas según se explicó anteriormente, el concepto de momento de inercia efectivo se introduce en el coeficiente  $\delta_s$  tomando el promedio de los  $I_e$  en el centro y en los extremos de las fajas centrales en ambas direcciones (digamos,  $x$  e  $y$ ). Así, la ecuación (2) se extiende para acción en dos direcciones de la siguiente manera (donde ahora los momentos de inercia efectivos corresponden a las fajas centrales):

$$I_e = 0.25 (I_{e,Cx} + I_{e,Cy}) + 0.125 (I_{e,Ext1x} + I_{e,Ext2x} + I_{e,Ext1y} + I_{e,Ext2y}) \quad (3)$$

El ACI 318-14 adopta la expresión de Branson (1965) para calcular el momento de inercia efectivo de una determinada sección,

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr} \leq I_g \quad (4)$$

donde  $M_{cr}$  es el momento de fisuración y  $M_a$  es el momento en esa sección para el estado de carga considerado. El momento de fisuración se determina como  $M_{cr} = f_r I_g / y_t$ , donde  $f_r$  es el módulo de ruptura e  $y_t$  es la distancia al baricentro de la cara traccionada. Si bien se han realizado varias recomendaciones para incluir en esta expresión la influencia de las tensiones de tracción y de la fisuración originadas por la restricción al creep, a la retracción y variación de temperatura (ver ACI 435R-95), estos no son tenidos en cuenta aquí ya que no es requerido por el ACI 318-14.

La única consideración realizada en este estudio que no forma parte de los criterios y requisitos del reglamento es el uso de la expresión de Bischoff (2005) para el cálculo del momento de inercia efectivo. La misma se presenta en la ecuación (5), y ha demostrado ser más adecuada que la expresión de Branson, particularmente para cuantías de acero inferiores a 1%. La expresión de Bischoff es considerada en este trabajo para evaluar el impacto que tendría en el cálculo de las deflexiones en losas su inclusión en futuras ediciones del reglamento, tal cual está previsto que ocurra en el ACI 318-2019. Nótese que en este caso sí se incorporan los efectos de fisuración por restricción mediante el uso de un momento de fisuración reducido  $M_{crr} = 2/3 M_{cr}$ , tal cual es recomendado por Scanlon y Bischoff (2008).

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \left(\frac{M_{crr}}{M_a}\right)^2 \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g}\right)} \leq I_g \quad (5)$$

La Figura 2 muestra como el momento de inercia efectivo varía para dos secciones con determinadas relaciones  $I_{cr}/I_g$  según se considere la expresión de Branson o la de Bischoff. A modo de referencia, también se presentan los valores de  $I_e$  resultantes de la expresión de Bischoff en caso de que se ignoren los efectos de fisuración por restricción. Si bien las diferencias son mayores cuando la cuantía de armadura es baja, la inclusión de efectos de fisuración por restricción resulta en

grandes diferencias cuando  $0.67 < M_a/M_{cr} < 1.5$ , independientemente de la cantidad de armadura provista.

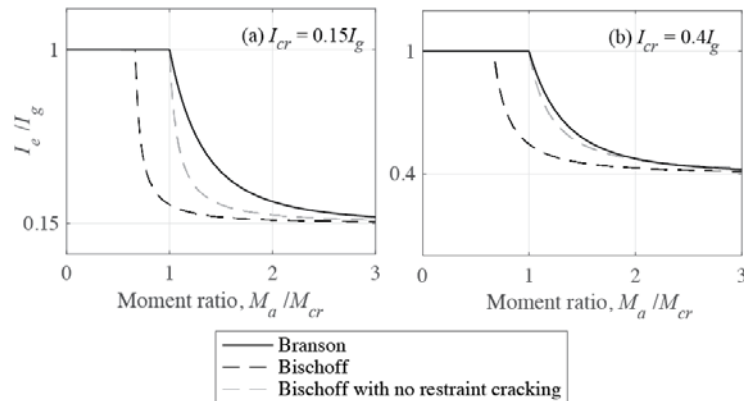


Figura 2. Momento de inercia efectivo

## METODOLOGÍA DE ANÁLISIS

Las siguientes variables aleatorias de diseño son consideradas para conducir la investigación estadística de la deflexión en losas armadas en dos direcciones: (1) la luz de losa en la dirección larga medida de centro a centro de apoyos  $l$ , (2) la relación entre la luz larga y la luz corta  $\beta$ , (3) la resistencia especificada a la compresión del hormigón  $f'_c$ , (4) la sobrecarga uniforme  $q_L$ , y para el caso de losas apoyadas en vigas (5) la relación entre la altura y la luz de la viga  $h_{ratio}$ . Debe notarse que estas variables aleatorias representan distintas combinaciones de las variables de diseño, y no intentan representar la incertidumbre de cada variable condicionada al valor de diseño adoptado. Para las 5 variables aleatorias se han asumido distribuciones de probabilidad triangulares no correlacionadas. Los parámetros adoptados para estas distribuciones se basan en la práctica de la ingeniería en los Estados Unidos. Los mismos se presentan en la Tabla 1.

Parámetro	Valor mínimo	Valor pico	Valor máximo
$l$ (con vigas)	5500 mm	9000 mm	12000 mm
$l$ (sin vigas)	5500 mm	9000 mm	11000 mm
$\beta$	1	1	2
$f'_c$	21 MPa	27 MPa	45 MPa
$q_L$	2 kPa	2 kPa	6 kPa
$h_{ratio}$	1/20	1/10	1/8

Tabla 1 – Parámetros adoptados para las distribuciones de probabilidad

La tensión de fluencia del acero no es tratada como una variable aleatoria, sino que se la asume siempre igual a 420MPa, pues este es el valor de diseño para la calidad de acero más utilizada en la construcción. El ancho de las columnas se asume igual

a 10% de la luz en la dirección correspondiente. Puesto que el objeto de este trabajo es estudiar la deflexión de losas que cumplen exactamente con los requisitos de espesor mínimo provistos en las tablas 8.3.1.1 y 8.3.1.2 del ACI 318-14 y comparar los métodos de control de deflexiones disponibles, **el espesor de la losa no es una variable aleatoria, sino que surge de las disposiciones de las tablas de espesor mínimo del ACI 318-14.**

La metodología para determinar las propiedades de una losa y las deflexiones resultantes se resume a continuación:

1. Se genera una losa con luz larga  $l$ , relación de lados  $\beta$ , resistencia a la compresión del hormigón  $f'_c$ , y sobrecarga  $q_L$ . Si se analiza el caso de losas apoyadas en vigas, se asigna una altura de viga igual a  $h_{ratio}l$  y  $h_{ratio}l/\beta$  en la dirección larga y corta, respectivamente. El ancho de las vigas se asume siempre igual a  $\frac{1}{4}$  de la altura.
2. Se determina el espesor  $h$  de cada losa de modo que coincida con el mínimo requerido por la sección 8.3.1 del reglamento.
3. Al peso propio correspondiente al espesor adoptado, se agrega una carga permanente por particiones igual 0.72 kPa, según se indica en ASCE/SEI 7 (2010).
4. Se crea un modelo de elementos finitos para ese set de variables. Los paneles interiores se analizan mediante un modelo individual en el cual se impide la rotación en los lados. Asumir esta condición en paneles laterales o de esquina resultaría en una subestimación de las deflexiones. Por ello, estos casos se analizan en forma simultánea en un modelo de 9 losas como el que se muestra en la Figura 3.
5. Se realiza un análisis elástico lineal del modelo de elementos finitos, y se determina la deflexión elástica y las fuerzas internas para los estados de carga permanente ( $D$ ) y sobrecarga ( $L$ ).
6. Se determina la armadura necesaria para cumplir con los requisitos de resistencia de la sección 8.5 y los límites de armadura de la sección 8.6 del ACI 318-14.
7. Se calculan las deflexiones inmediatas para carga permanentes  $w_D$  y cargas de servicio  $w_S$  ( $S = D + L$ ) considerando fisuración usando el momento de inercia efectivo según el procedimiento descrito en la sección anterior. La deflexión inmediata para sobrecargas se determina como la diferencia entre las deflexiones correspondientes a  $S$  y a  $D$ . Dos ecuaciones se consideran para determinar  $I_e$ :
  - a. Ecuación (4) según Branson (1965) sin considerar fisuración por restricción.
  - b. Ecuación (5) según Bischoff (2005) incluyendo los efectos de fisuración por restricción.
8. Se determina la deflexión adicional a largo plazo debido a cargas permanentes producida después de colocar los elementos no estructurales de acuerdo a lo indicado en la sección 24.2.4 del reglamento. Esto se hace multiplicando las deflexiones inmediatas  $w_D$  por el factor  $\lambda_\Delta = \xi/(1 + 50\rho')$ , donde  $\xi$  es el factor dependiente del tiempo y  $\rho'$  la cuantía de armadura de compresión. En este trabajo se adopta el valor máximo para el factor dependiente del tiempo, esto es  $\xi = 2$  (ver ACI 318-14 sección R24.2.4.1). Se

asume que los elementos no estructurales se colocan poco tiempo después de desencofrar. De este modo, la máxima deflexión producida luego de unir los elementos no estructurales resulta  $w_{max} = \lambda_{\Delta} w_D + w_L$ .

9. Se comparan las deflexiones  $w_{max}$  y  $w_L$  con los límites provistos en la tabla 24.2.2 del ACI 318-14.

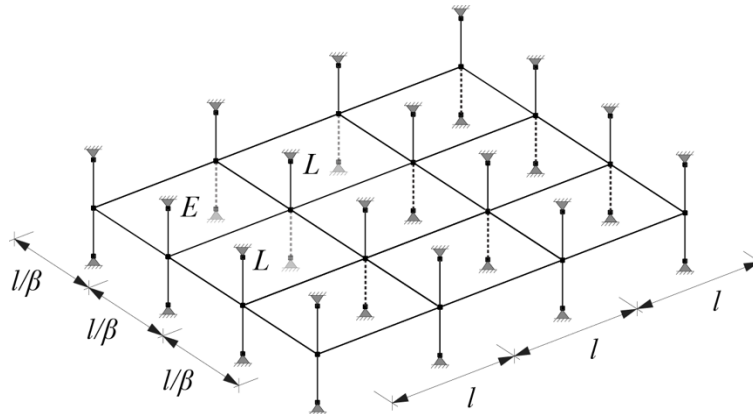


Figura 3. Sistema de 9 losas para el análisis de paneles laterales (L) y de esquina (E)

Este procedimiento se repite para cada set de variables de diseño aleatorias generado a partir de las distribuciones presentadas en la Tabla 1. Es importante notar que la distribución de deflexiones resultante no busca representar la distribución de probabilidad de la deflexión esperada para una losa en particular. Por el contrario, cada punto es el resultado de calcular en forma determinística la deflexión para cada uno de los conjuntos de variables de diseño.

## LOSAS SIN VIGAS

El procedimiento descrito anteriormente se repite para 1000 losas diferentes generadas aleatoriamente a partir de las distribuciones de probabilidad consideradas para cada variable de diseño. La población de losas se genera utilizando el método de Latin Hypercube Sampling. Este método de muestreo estratificado mejora la cobertura y la varianza de la respuesta en comparación con una simulación clásica tipo Monte Carlo (McKay y otros, 1979). Los resultados más significativos se discuten a continuación.

### Influencia de modificar el cálculo de $I_e$

Estudios recientes han demostrado que la relación de Branson para calcular el momento de inercia efectivo  $I_e$  de secciones fisuradas subestima las deflexiones cuando la cuantía de armadura es baja (Bischoff, 2005). La ecuación (5) fue entonces propuesta para reemplazarla en una futura edición del ACI 318, sobre la base de que mejora la estimación de las deflexiones e incorpora los efectos de fisuración por restricción al considerar  $M_{crr}$  en lugar de  $M_{cr}$  (Scanlon y Bischoff, 2008).

Para estudiar el impacto que tendría en el cálculo de las deflexiones en losas realizar esta modificación en el reglamento, la Figura 4 compara como la relación de deflexiones  $w_{max}/l$  varía para una losa interior sin vigas dependiendo de la fórmula utilizada para calcular  $I_e$ . Tendencias similares se obtienen si se analizan las deflexiones de paneles laterales o de esquina. Al comparar, por ejemplo, los resultados presentados en los gráficos (a) y (b) de la Figura 4, se advierte que las deflexiones calculadas utilizando la expresión de Bischoff pueden ser dos veces más grandes que las que se obtendrían siguiendo los lineamientos de la versión vigente del reglamento. En promedio, el aumento está en el orden del 80%.

Esta diferencia en las deflexiones obtenidas para uno y otro caso adquiere mayor importancia cuando se compara el número de casos que no cumple con los límites de deflexión impuestos por el reglamento. Los máximos permisibles indicados en la tabla 24.2.2 para la parte de deflexión que ocurre después de adosar los elementos no estructurales se presentan en la Figura 4 a modo de referencia. La línea llena corresponde a la condición en la cual la losa soporta elementos que son susceptibles a sufrir daños debido a deflexiones grandes ( $w_{max} < l/480$ ), y la línea punteada al caso en que estos elementos no son susceptibles a sufrir daños por grandes deflexiones ( $w_{max} < l/240$ ). Resulta evidente al comparar los gráficos (a) y (b) que el número de casos en los cuales se exceden los límites de la tabla 24.2.2 se incrementa enormemente cuando la ecuación (5) se utiliza en lugar de la (4). La Tabla 2 presenta un resumen de estos resultados para paneles interiores, laterales y de esquina. También se evalúa el número de casos que excede los límites correspondientes a deformaciones inmediatas para cargas vivas ( $w_L < l/360$ ). Los resultados presentados en la Tabla 2 se comentan más adelante.

Condición	Interior		Lateral		Esquina	
	Branson	Bischoff	Branson	Bischoff	Branson	Bischoff
$w_{max} < l/240$	0%	21%	0%	10%	0%	12%
$w_{max} < l/480$	23%	90%	12%	80%	19%	85%
$w_L < l/360$	0%	1.7%	0%	0%	0%	0%

Tabla 2 – Número de casos que excede los límites del reglamento para losas sin vigas

### Influencia de diferentes variables en las deflexiones calculadas

La Figura 4 muestra cómo la relación de deflexiones varía con las 4 variables aleatorias consideradas para el caso de losa sin vigas y otros dos parámetros más,  $M_S/M_{cr}$  y  $\rho_{max}$ . El primero de estos parámetros adicionales es la relación entre el momento de servicio en el centro de la faja entre columnas  $M_S$  y el correspondiente momento de fisuración ( $M_{cr}$  si se considera la ecuación de Branson y  $M_{crr}$  si se utiliza la ecuación de Bischoff). El valor de  $M_S$  en los gráficos (i) y (j) de la Figura 4 corresponde al de la faja entre columnas del lado corto ( $M_{S_y}$  en este caso), ya que este presenta mejor correlación con la relación de deflexiones que los momentos en el lado largo ( $M_{S_x}$ ). El segundo parámetro adicional es la máxima cuantía resultante

del cálculo para las fajas entre columnas.

Varias observaciones pueden extraerse de los gráficos presentados en la Figura 4. Es importante recordar que las losas analizadas cumplen *exactamente* con los requisitos mínimos de la sección 8.3.1 del ACI 318-14. Para el caso de losas sin vigas, el espesor  $h$  es solamente función de luz libre entre cara de apoyos  $l_n$ , la cual está directamente relacionada con la variable aleatoria de diseño  $l$ . Por esta razón, se supone que la relación de deflexiones no debería aumentar a medida que aumenta la luz larga. Si bien los gráficos (a) y (b) de la Figura 4 muestran un cierto incremento, se advierte que la influencia de la luz es secundaria en comparación con otras variables como la relación de lados  $\beta$  y, principalmente, la relación de momentos  $M_S/M_{cr}$  y  $M_S/M_{crr}$ .

De acuerdo a los gráficos (c) y (d), el hecho que la relación de lados sea ignorada en la tabla 8.3.1.1 resulta en una relación de deflexiones (en promedio) 2 veces mayores en losas cuadradas que en la condición límite de comportamiento en dos direcciones correspondiente a  $\beta = 2$ . Evidentemente, si los criterios de espesor mínimo intentan alcanzar un cierto valor de relación de deflexiones uniforme, la relación de lados debe incorporarse de alguna manera en la tabla 8.3.1.1.

De todos modos, el parámetro más influyente en la relación de deflexiones es la relación de momentos en el centro de la faja entre columnas. La Figura 4 (i) presenta una dispersión muy pequeña y un aumento significativo de las deflexiones a partir de que el momento de servicio supera al de fisuración. La Figura 4 (j) presenta una tendencia similar. Por esta razón, todos los gráficos de la Figura 4 distinguen con tonalidades de grises diferentes las situaciones en las que el momento de servicio en el centro excede el momento de fisuración en ninguna, una o las dos fajas entre columnas.

Gran parte de las críticas realizadas hacia los criterios de espesor mínimo para control de deflexiones están relacionadas al hecho de que estas son independientes de la resistencia del hormigón y de la carga. Las Figuras 4 (e) y (f) muestran que el efecto de la resistencia del hormigón es secundario dentro del rango de valores considerado. Recordando que  $f_r = 0.62\sqrt{f'_c}$  (MPa), se desprende del gráfico (j) que la principal razón por la cual la resistencia del hormigón tiene cierta importancia es por la relación directa que existe entre módulo de ruptura y el momento de fisuración.

La Figura 6 muestra cómo la relación de deflexiones inmediatas debido a cargas vivas aumenta con  $q_L$ . Si bien se observa una relación lineal, está claro que  $w_L$  se ve más influenciada por el hecho de si el momento de fisuración es superado o no. La influencia de  $q_L$  en las deflexiones totales es muy pequeña, tal cual se desprende de las Figuras 4 (g) y (h). Dos razones explican esto. En primer lugar, para el rango de valores de carga considerados, la deflexión inmediata debido a las sobrecargas es muy pequeña en relación a la parte de las deflexiones a largo plazo debido a  $D$  que ocurren luego de colocar los elementos no estructurales. Y segundo, al aumentar  $q_L$  se requiere más armadura. Esto se traduce en un aumento del momento de inercia efectivo, lo que disminuye la influencia de la fisuración en la deflexión.

En relación a la cuantía de armadura, las Figuras 4 (k) y (l) muestran que la relación de deflexiones aumenta con  $\rho_{max}$ . Mientras que en una primera impresión esto

podría resultar inesperado, debe recordarse que en este estudio la armadura adoptada es la que resulta del cálculo y los mínimos reglamentarios. Si se determinó poca armadura es consecuencia de que el momento de servicio es pequeño, y por lo tanto es baja la

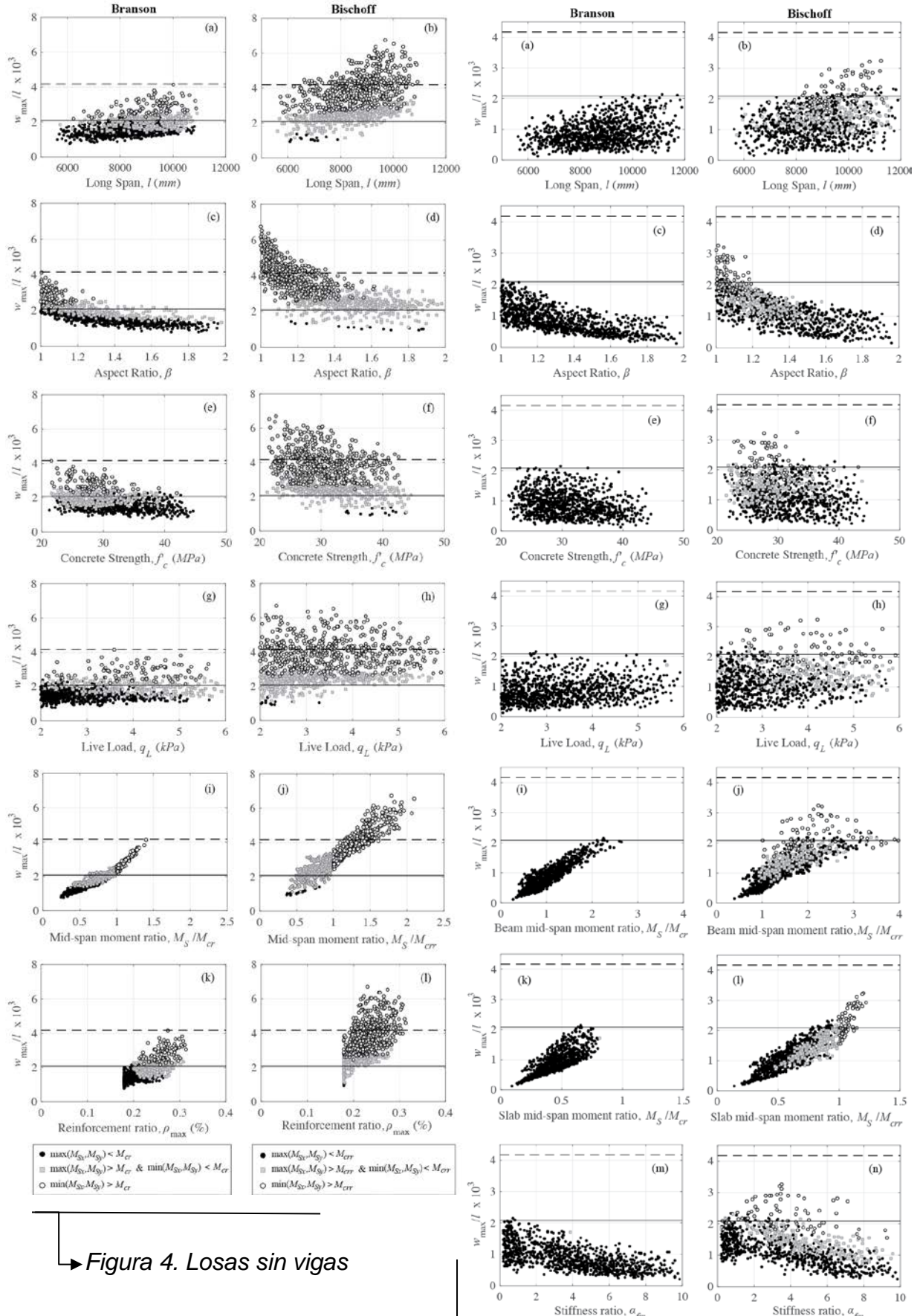


Figura 4. Losas sin vigas

Figura 5. Losas sobre vigas

relación  $M_S/M_{cr}$ . De esta manera el momento de inercia efectivo es grande, y las deflexiones incorporando fisuración no son mucho mayores que las deflexiones elásticas.

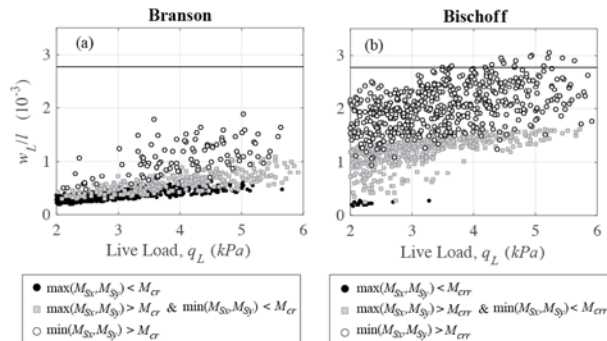


Figura 6. Efecto de las cargas vivas en relación  $w_L/L$  en losas interiores sin vigas

## LOSAS SOBRE VIGAS

De la misma manera que en el caso anterior, se generan 1000 losas utilizando la técnica de Latin Hypercube Sampling. Los principales resultados se comentan a continuación.

### Influencia de modificar el cálculo de $I_e$

Los resultados de la simulación para el caso de losas apoyadas sobre vigas se presentan en la Figura 5. Nuevamente, se observa que las deflexiones son mayores cuando se utiliza la ecuación de Bischoff con consideración de fisuración por restricción. Sin embargo, el efecto no es tan significativo como lo es para el caso de losas sin vigas. Por un lado, el aumento promedio es menor (del orden del 60%). Por otro lado, el número de casos en que las deflexiones superan los valores permisibles no se ve tan afectado, especialmente en el caso de losas que soportan elementos que son susceptibles a sufrir daños por grandes deformaciones. Al igual que antes, la línea llena indica el límite  $w_{max} < L/480$  y la línea punteada el límite  $w_{max} < L/240$ . Si bien estas figuras corresponden a paneles interiores, observaciones similares surgen de analizar los resultados para paneles laterales y paneles de esquina. El resumen de resultados para estos casos se presenta en la Tabla 3.

Condición	Interior		Lateral		Esquina	
	Branson	Bischoff	Branson	Bischoff	Branson	Bischoff
$w_{max} < l/240$	0%	0%	0%	0%	0%	0%
$w_{max} < l/480$	0.3%	6%	0.2%	11%	0.8%	14%
$w_L < l/360$	0%	0%	0%	0%	0%	0%

Tabla 3 - Número de casos que excede los límites del reglamento para losas con vigas

## Influencia de diferentes variables en las deflexiones calculadas

La Figura 5 muestra como la relación de deflexiones  $w_{max}/L$  depende de diferentes variables. Los gráficos (a) al (h) corresponden a las primeras cuatro variables de diseño aleatorias consideradas: luz larga, relación de lados, resistencia a la compresión del hormigón y sobrecarga. Para evaluar el efecto de la rigidez de las vigas, los gráficos (m) y (n) consideran  $\alpha_{fm}$  en lugar de  $h_{ratio}$ . Esto se debe a que  $\alpha_{fm}$  es el parámetro utilizado en la tabla 8.3.1.2 para determinar el espesor mínimo de losas con vigas y, por lo tanto, resulta una variable más efectiva para comparar los métodos de control de deflexiones disponibles en el reglamento.  $\alpha_{fm}$  es el promedio de los cuatro valores de  $\alpha_f$ , el cual se define como la relación entre la rigidez a flexión de una sección de viga y la rigidez a flexión de una franja de losa limitada lateralmente por los ejes centrales de los paneles adyacentes (si los hay) a cada lado de la viga.

El efecto de la relación entre los momentos de servicio en el centro de tramo de las vigas  $M_S$  y el correspondiente momento de fisuración se presenta en las Figuras 5 (i) y (j). Se considera el menor de los valores  $M_S/M_{cr}$  para ambas direcciones, ya que este presenta mejor correlación con la relación de deflexiones. Además, los gráficos (k) y (l) muestran cómo la relación de deflexiones se ve afectada por la menor relación de momentos en el centro de las fajas centrales de la losa. Nótese que todos los gráficos se presentan con tonalidades de grises diferentes las situaciones en las que el momento de servicio en el centro de una faja central excede el momento de fisuración en ninguna, una o las dos direcciones.

Para losas apoyadas en vigas, la tabla 8.3.1.2 establece el espesor mínimo en función la luz libre en la dirección larga  $l_n$ , la relación de lados  $\beta$ , y la relación de rigidez entre viga y losa  $\alpha_{fm}$ . Por ello, la relación de deflexiones no debería verse demasiado afectada por cambios en estas variables. La Figura 5 muestra que esto es aproximadamente cierto en el caso de la luz. Sin embargo, la reducción de las deflexiones a medida que aumenta la relación de lados  $\beta$  es casi tan alta como lo era en el caso de losas sin vigas (donde  $\beta$  no es un parámetro que influya en los requisitos de espesor mínimo).

En la tabla 8.3.1.2, el espesor mínimo depende de la rigidez de las vigas solo hasta  $\alpha_{fm} < 2$ . Las consecuencias de esto están claramente ilustradas en los gráficos (m) y (n) de la Figura 5, donde la relación de deflexiones es aproximadamente constante hasta que  $\alpha_{fm} = 2$ . Estos resultados indican que la tabla 8.3.1.2 debería revisarse para evitar que el diseñador adopte espesores mayores que los necesarios para valores grandes de  $\beta$  y  $\alpha_{fm}$ .

Resulta evidente a partir de la gran correlación observada en los gráficos (i) al (l) de la Figura 5 que la relación entre momentos de servicio y el correspondiente momento de fisuración resulta otra vez crítica. Relaciones similares a las descritas en la sección anterior para losas sin vigas se advierten en este caso:  $w_{max}/l$  aumenta más rápido luego de que el momento en el centro del tramo supera el momento de fisuración, tal como se desprende de la Figura 5 (l).

En cuanto a las sobrecargas, los gráficos (g) y (h) de la Figura 5 muestran que  $q_L$  no

tiene mayor influencia en las deflexiones, al menos para el rango de valores considerados en este estudio. Lo mismo se concluye a partir de los gráficos (e) y (f) para la resistencia a la compresión del hormigón.

## IMPORTANCIA DE LA RELACIÓN DE MOMENTOS EN EL CENTRO DEL TRAMO

En las secciones anteriores se discutió como la relación de deflexiones en losas con y sin vigas es afectada por diferentes variables de diseño y por la ecuación utilizada para el cálculo del momento de inercia efectivo. Se concluye que la relación entre el momento de servicio en el centro del tramo y el correspondiente momento de fisuración es el parámetro que tiene mayor influencia en la relación de deflexiones resultante. Esta fuerte dependencia explica porqué los resultados se ven tan afectados por la ecuación utilizada para calcular el momento de inercia efectivo.

Si bien es cierto que los lineamientos presentes en la versión vigente del reglamento subestiman las deflexiones en elementos con baja cuantía de refuerzo debido al uso de la expresión de Branson, el factor principal que explica el incremento significativo de las deflexiones al utilizar la ecuación de Bischoff es la reducción del momento de fisuración para incluir los efectos de fisuración por restricción. La Figura 7 permite entender esto. La Figura 7 (a) es exactamente la misma que la Figura 4 (i), esto es, la relación de deflexiones para losas sin vigas utilizando la ecuación de Branson. La Figura 7 (b) presenta las deflexiones obtenidas para la misma población de losas utilizando la ecuación de Bischoff sin reducir el momento de fisuración. Los resultados son muy similares, demostrando que es en realidad la inclusión de efectos de fisuración por restricción lo que genera un fuerte aumento en el cálculo de las deflexiones. Esta conclusión no debería sorprender, ya que anteriormente se discutió como las deflexiones aumentan significativamente una vez que se supera en el centro del tramo el momento de fisuración.

Para entender mejor la relación que existe entre las deflexiones y esta relación de momentos, se procede a analizar analíticamente el caso de una losa cuadrada sin vigas. En este caso, de acuerdo a la tabla 8.3.1.1 del ACI 318-14 el espesor de la losa resulta proporcional a la luz, esto es  $h = C_1 l$  (por simplicidad, en lo que sigue se asume  $l = l_n$ ). El momento en el centro de una faja entre columnas debido a cargas de servicio ( $S = D + L$ ) y la correspondiente deflexión pueden expresarse como

$$M_S = C_2 (q_D + q_L) l^2 \quad (6)$$

$$\Delta_b = C_3 (q_D + q_L) \frac{l^4}{EI_e} \quad (7)$$

donde  $C_2$  y  $C_3$  son coeficientes que dependen del espesor, del módulo de elasticidad, condiciones de borde, etc. Por simplicidad, el momento de inercia efectivo se asume igual a  $I_e = C_4 h^3$ , donde  $C_4$  es función de la relación de momentos en el centro del tramo, esto es,  $C_4 = f(M_S/M_{cr})$ . Reemplazando la ecuación (6) en la (7), las deflexiones pueden expresarse como

$$\Delta_b = \frac{C_3 M_S}{C_2 EI_e} l^2 = \frac{C_3 M_S}{C_2 C_4 E h^3} l^2 \quad (8)$$

Teniendo en cuenta que el momento de fisuración es  $M_{cr} = f_r h^2 / 6$  y recordando que  $h = C_1 l$ , la ecuación (8) puede reescribirse como

$$\Delta_b = \frac{C_3 f_r M_S l^2}{6 C_2 C_4 E M_{cr} h} = \frac{C_3 f_r M_S}{6 C_1 C_2 C_4 E M_{cr}} l \quad (9)$$

Recordando que tanto  $f_r$  como  $E$  están directamente relacionados con  $\sqrt{f'_c}$  y combinando todas las constantes en un único escalar  $C$ , la deflexión de la faja entre columnas puede escribirse como

$$\Delta_b = \frac{C M_S}{C_4 M_{cr}} l \quad (10)$$

Puesto que el coeficiente  $\delta_s$  no se ve afectado por la fisuración en el caso de losas sin vigas, la relación de deflexiones resulta

$$\frac{w}{l} = \frac{\delta_s + 2\Delta_b}{l} = \frac{\delta_s}{l} + 2 \frac{C M_S}{C_4 M_{cr}} \quad (11)$$

Siendo que en losas sin vigas  $\delta_s$  es pequeño en comparación con  $\Delta_b$ , y que  $C_4$  es constante mientras  $M_S \leq M_{cr}$ , la relación de deflexiones será aproximadamente proporcional a la relación de momentos hasta ese punto. Luego,  $C_4$  decrece y la relación de deflexiones aumentará a una tasa mayor. Esta relación se advierte claramente en la Figura 4 (i).

Si bien la derivación presentada anteriormente corresponde a losas sin vigas, se podría llegar a un resultado similar analizando el caso de losas sobre vigas.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Este trabajo presenta una evaluación estadística de las deflexiones calculadas para losas armadas en dos direcciones diseñadas para cumplir exactamente con los criterios de espesor mínimo del ACI 318-14. La luz en la dirección larga, la relación de lados, la resistencia a la compresión del hormigón, la sobrecarga y, en el caso de losas apoyadas sobre vigas, la relación entre la altura y la luz fueron consideradas variables de diseño aleatorias. Se analizaron losas interiores, laterales y de esquina. Los resultados obtenidos permiten determinar cuáles son los parámetros más influyentes sobre las deflexiones y cuál es el porcentaje de una población de losas que no verificaría los requisitos de servicio a pesar de cumplir con los criterios de espesor mínimo. Las conclusiones más importantes se discuten a continuación

- Debido a que proveer a la losa de un espesor igual que los indicados en las tablas 8.3.1.1 y 8.3.1.2 del ACI 318-14 satisface automáticamente los requisitos de control de deflexiones, el reglamento implícitamente afirma que la deflexión de un elemento diseñado según estos criterios tendrá deflexiones menores que las máximas permisibles según la tabla 24.2.2. En particular, se asume que cumplirá con los requisitos más exigentes ( $w_{max} < l/480$ ). Los resultados presentados en este trabajo demuestran que esto no es así, en especial para el caso de losas sin vigas. Siguiendo los lineamientos presentados en la versión vigente del reglamento, los límites para losas que soportan elementos susceptibles a sufrir daños por grandes deformaciones se exceden en el 12-23% de los casos, dependiendo de las condiciones de borde de la losa. Si bien ambos métodos presentados en el reglamento son relativamente consistentes hasta luces de 8.5 metros, se desprende de los resultados presentados en la Figura 4 que la mejor manera de controlar deflexiones en losas que soporten elementos susceptibles a sufrir daños es limitando la relación de momentos en el centro de las fajas entre columnas.
- Estudios recientes han demostrado que los lineamientos actuales del reglamento subestiman las deflexiones, y por ello han propuesto a la ecuación de Bischoff con inclusión de efectos de fisuración por restricción como reemplazo de la ecuación de Branson para el cálculo del momento de inercia efectivo. Esto resulta en un incremento significativo de las deflexiones calculadas, especialmente debido a la inclusión de los efectos de fisuración por restricción. Como resultado, los dos métodos disponibles en el reglamento para controlar deflexiones se alejarían aún más uno del otro. Pero, lo que es más importante, si la expresión de Bischoff con reducción del momento de fisuración resulta en una mejor estimación de las deflexiones esperadas, los criterios actuales de espesor mínimo deberían revisarse, ya que resultarían insuficientes para satisfacer los requerimientos de funcionamiento impuestos en la tabla 24.2.2. Los siguientes párrafos se limitan a analizar los resultados correspondientes a la expresión de Bischoff.
- La gran cantidad de análisis realizados demuestra que el parámetro que mayor correlación presenta con la relación de deflexiones es la relación entre el momento de servicio y el momento de fisuración en el centro de las vigas o de la faja entre columnas. La relación de deflexiones aumenta a una tasa mayor cuando los momentos en la losa superan  $M_{crr}$ .
- Si bien varios cambios pueden introducirse en la tabla 8.3.1.1 para incorporar mejor los efectos de distintas variables en las deflexiones de losas sin vigas, una mejora significativa puede lograrse simplemente limitando el rango de valores para el cual estos criterios son válidos. Luego de evaluar los resultados de las simulaciones realizadas, se recomienda limitar el uso de la tabla 8.3.1.1 del ACI 318-14 a los siguientes casos: (1) losas que soportan elementos que no son susceptibles a sufrir daños por grandes deflexiones, y (2a) losas en las cuales el momento en el centro del tramo de la faja entre columnas del lado corto resulta menor que  $M_{crr}$ , o (2b) losas cuya luz en la dirección larga sea menor a 8.5 metros. De esta manera, el porcentaje de losas que no verifica la condición  $w_{max} < l/240$  resulta menor al 10%. La condición (2b) se establece porque su verificación es inmediata. La verificación (2a) se incluye ya que varias losas con luces mayores podrían

satisfacer los requisitos de la tabla 24.2.2 para ciertas combinaciones de los parámetros de diseño.

- En cuanto a la tabla 8.3.1.2 para losas apoyadas sobre vigas, se concluye que los criterios actuales son adecuados para controlar deflexiones, ya que la condición de servicio más exigente se excede solo en el 6-14% de los casos, dependiendo de las condiciones de borde.
- Independientemente de lo anterior, los resultados presentados demuestran que los criterios de espesor mínimo tienden a ser demasiado conservadores cuando la relación de lados es grande y, en el caso de losas apoyadas sobre vigas, cuando las vigas son muy rígidas. Por ello, se recomienda incluir  $\beta$  en la tabla 8.3.1.1 y revisar y mejorar su inclusión y la de  $\alpha_{fm}$  en la tabla 8.3.1.2.
- Los resultados presentados en la Tabla 2 demuestran que la relación de deflexiones para losas interiores, laterales y de esquina con propiedades similares están en el mismo orden de magnitud. Se concluye entonces que el mayor espesor requerido tabla 8.3.1.1 para paneles exteriores en comparación a paneles interiores resulta adecuado.

## REFERENCIAS

ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-14) and commentary (ACI 318R-14)." American Concrete Institute, 2014.

ACI Committee 435, "Control of Deflection in Concrete Structures (ACI 435R-95)." American Concrete Institute, 1995.

ASCE/SEI, "Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures (ASCE/SEI 7-10)", American Society of Civil Engineers, 2010.

Branson, D. E., "Instantaneous and Time-Dependent Deflections on Simple and Continuous Reinforced Concrete Beams," HPR Report No. 7, Part 1, Alabama Highway Department, Bureau of Public Roads, Aug., pp. 1-78. 1965.

Bischoff, P. H. "Reevaluation of deflection prediction for concrete beams reinforced with steel and fiber reinforced polymer bars." *Journal of Structural Engineering* Vol. 131, No. 5. 2005.

Bondy, K. B. "ACI Code Deflection Requirements-Time for a Change?". *Special Publication* 255. 2005.

Chang, K. Y. and Hwang, S. J. "Practical estimation of two-way slab deflections." *Journal of Structural Engineering*, 122(2), 150-159. 1996.

Gardner, N. J. "Span/Thickness Limits for Deflection Control." *ACI Structural Journal* Vol. 108. No. 4. 2011.

Ghali, A., and Gayed, R. B. "Sustainable Serviceability of Structural Concrete: Control of Deflection and Cracking." *Journal of Structural Engineering*, Vol. 140. No. 7. 2014.

Gilbert, R. I. "Deflection Control of Slabs Using Allowable Span to Depth Ratios." *ACI Journal, Proceedings*. Vol. 82. No. 1. 1985.

Hossain, T. R., Vollum, R., and Ahmed, S. U. "Deflection Estimation of Reinforced

Concrete Flat Plates Using ACI Method." *ACI Structural Journal*. Vol. 108. No. 4. 2011.

Lee, Y. H., and Scanlon, A. "Comparison of one- and two-way slab minimum thickness provisions in building codes and standards." *ACI Structural Journal*. Vol. 107. No. 2. 2010.

McKay, M. D., Beckman, R. J., and Conover, W. J. "Comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code." *Technometrics* 21(2):239–245. 1979.

Polak, M. A., and Vecchio, F. J. "Nonlinear analysis of reinforced concrete shells." *Journal of Structural Engineering*, Vol. 119. No. 12. 1993.

Polak, M. A. "Effective stiffness model for reinforced concrete slabs." *Journal of Structural Engineering*, Vol. 122. No. 9. 1996.

Rangan, B. V., and McMullen, A. E. "A Rational Approach to Control of Slab Deflections." *Journal Proceedings*. Vol. 75. No. 6. 1978.

Scanlon, A., and Bischoff, P. H. "Shrinkage restraint and loading history effects on deflections of flexural members." *ACI Structural Journal* Vol. 105. No. 4. 2008.

Scanlon, A., and Thompson, D. P. "Evaluation of ACI 318 Requirements for Control of Two-Way Slab Deflections." *ACI Structural Journal* Vol. 87. No. 6. 1990.

Scanlon, A., Orsak, D. C., and Buettner, D. R. "ACI Code Requirements for Deflection Control: A Critical Review." *Special Publication* 203. 2001.