

ANÁLISIS Y DISEÑO BASADO EN LA CONFIABILIDAD DE CUBIERTAS DE GRANDES LUCES BAJO CARGAS DE VIENTO ESTOCÁSTICAS

Dr. Ing. Bertero, Raúl D

Laboratorio de Dinámica de Estructuras - Facultad de Ingeniería – UBA

UTN FRGP

rbertero@freyreyasoc.com.ar

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es presentar una metodología basada en la confiabilidad para el análisis y el diseño de estructuras bajo cargas de viento estocásticas de manera que puedan definirse coeficientes de presión de viento nominales p^{*} (asociados a la matriz de covariancia C_p) para ser utilizados en el contexto del diseño basado en coeficientes de mayoración de cargas y minoración de resistencias (LRFD). La originalidad de la formulación presentada en este trabajo se basa en la metodología utilizada para resolver el problema de considerar simultáneamente la acción del viento como una variable aleatoria (la máxima presión media del viento fuera de la zona afectada por la estructura en la vida útil de la instalación) y como un proceso aleatorio en el espacio y el tiempo definido por la matriz de covariancia C_p (es decir, la aproximación de los momentos segundos para un proceso Gaussiano) y el factor de pico correspondiente. Se demuestra que mediante la introducción de coeficientes nominales de presión del viento p' , además de las otras variables aleatorias en la ecuación de falla, es posible: a) obtener un criterio general y objetivo para seleccionar la respuesta específica sobre la cual debería seleccionarse la distribución de presiones de diseño y b) considerar los diferentes modos de falla, resistencia de los elementos y confiabilidad buscada en la definición de la distribución de presiones y factores de carga de diseño. El método propuesto (particularmente útil para la consideración de las cargas de viento estocásticas sobre estructuras de grandes luces tales como edificios altos, cubiertas, torres y puentes) es ejemplificado en el presente trabajo mediante la resolución de ejemplos didácticos y el diseño de la cubierta del Estadio de Braga en Portugal.

ABSTRACT

The objective of this paper is to present a reliability-based method for structural analysis and design under stochastic wind loads so that nominal wind pressure coefficients p^{} (associated to the covariance matrix C_p) can be defined for using in the context of Load and Resistance Factor Design (LRFD) method. The novelty of the formulation presented in this paper is based on the approach used to solve the problem of considering simultaneously the wind load as random variables (the*

maximum mean wind pressure outside the influence of the structure on the life cycle of the facility) and the wind load as a space and time random process defined by the covariance matrix C_p (i.e., a second moment approximation for non-Gaussian process) and the peak factor q . It is shown that by introducing the nominal wind pressure coefficients p' and the other random variables in the failure equation it is possible: a) to obtain a general and objective criterion for selecting the specific response on which the wind load distribution should be based; and b) to consider the different failure modes, capacity of the members and target reliability in the definition of the design load pattern and design load factors. The proposed method (particularly useful for consideration of the stochastic wind loads on wide span structures such as tall buildings, long-span roofs, towers, and bridges) is applied to didactic examples and to the design of the roof of the Braga Stadium in Portugal.

INTRODUCCIÓN

Durante los treinta últimos años, los reglamentos de diseño estructural en todo el mundo han evolucionado hacia el diseño por estados límites y factores de mayoración de cargas y disminución de resistencias (LRFD) [Ellingwood et al (1982), Galambos et al (1982)]. El marco teórico para las cargas de diseño, combinaciones de carga y criterios de resistencia se basa en los llamados métodos de confiabilidad de primer orden (FORM). Estos métodos tienen sus raíces en los análisis involucrando los valores medios y covariancias de las variables aleatorias junto con una aproximación de primer orden de la función de falla desarrollados a fines de la década de 1960 para resolver los problemas que presentaba en aquellos momentos la teoría clásica de la confiabilidad para el desarrollo de los reglamentos [Ellingwood (1994)]. Desde aquellos años, los métodos FORM se han ido refinando y actualmente pueden ser visualizados como una herramienta para resolver las integraciones numéricas requeridas en la teoría clásica de la confiabilidad. Una descripción detallada se puede encontrar en [Shinozuka (1983)].

Tal como lo resume Ellingwood (1999), el proceso comienza por la definición del estado límite de falla de interés (por ejemplo, deflexiones excesivas, falla por tracción, falla por flexión, inestabilidad en compresión, etc) dado por la función

$$G(\mathbf{X}) = 0 \quad (1)$$

donde \mathbf{X} = vector con las variables aleatorias correspondientes a la Resistencia de los materiales, las dimensiones y las cargas; y $G(\mathbf{X})$ = función basada en los principios de la mecánica estructural que relaciona estas variables. Por convención, se establece que la falla ocurre cuando $G(\mathbf{X}) < 0$. Si la función de densidad de probabilidad conjunta de \mathbf{X} fuera conocida se podría, en principio, determinar la probabilidad de falla, P_f , integrando la función de densidad sobre el dominio definido por $G(\mathbf{X}) < 0$. Generalmente esta integración resulta una tarea imposible analíticamente y, numéricamente, de difícil tratamiento.

En forma alternativa, cuando se utiliza el FORM, la confiabilidad se mide por el índice de confiabilidad, β , definido posteriormente en este trabajo. El diseño por estados límites basado en la probabilidad (o LRFD) se desarrolla a partir del concepto de que el índice de confiabilidad implícito en un diseño estructural dado debería igualar (o exceder) un valor objetivo establecido por consenso entre los profesionales [Galambos et al(1982)]. Este requisito se puede satisfacer verificando la ecuación de falla para los valores x_i^* de las cargas y resistencias i que satisfacen la condición de ser los valores más probables en la condición de falla [Ellingwood et al (1982)]. Dichos valores se pueden escribir como

$$x_i^* = \mu_i \pm \alpha_i \sigma_i \beta^* \quad (2)$$

donde μ_i = valor medio de X_i , σ_i = desvío estándar de X_i , β^* es la confiabilidad objetivo y α_i = la relación entre la influencia de cada variable aleatoria X_i en la ecuación de falla dividida por la influencia de todas las variables aleatorias. Luego, los factores de seguridad parciales ϕ_i para cada variable aleatoria son obtenidos por

$$\phi_i = \frac{x_i^*}{\mu_i} = 1 \pm \alpha_i \delta_i \beta^* \quad (3)$$

donde δ_i = coeficiente de variación de X_i .

En el diseño estructural ante la acción del viento, la consideración de las cargas de viento dinámicas sobre estructuras tales como edificios altos, cubiertas de grandes luces, torres y puentes conduce a ecuaciones de falla más complicadas debido a que la distribución de las cargas de viento sobre la estructura constituye un proceso aleatorio en el espacio y el tiempo. Igual que antes, para ser consistente con el FORM, la distribución de las cargas de viento de diseño P^* debería ser la distribución de cargas de viento más probable en la condición de falla.

En 1992, Kasperski propuso el método "load-response-correlation (LRC)" basado en la distribución de carga más probable para generar una respuesta máxima específica. Kasperski definió la distribución de diseño de la carga de viento como el patrón de presiones que origina el valor máximo de la respuesta especificada $r_{i\max}$

$$r_{i\max} = \mu_{r_i} + q \sigma_{r_i} \quad (4)$$

En Ec. (4) q es el factor de pico o el número de desvíos estándar por el cual la respuesta máxima excede el valor medio ($q = 3.5$ se utiliza habitualmente para procesos aleatorios gaussianos) y σ_{r_i} es el desvío estándar de r_i . En el método LRC, la distribución de carga de diseño para la respuesta máxima se calcula como [Kasperski (1992)]

$$P_k^* = \mu_{p_k} + q \rho_{r_i p_k} \sigma_{p_k} \quad (5)$$

Donde μ_{P_k}, σ_{P_k} son los valores medios y desvíos estándar de la carga de viento P_k y $\rho_{r_i P_k}$ es la correlación entre la respuesta r_i y la carga P_k . Se puede demostrar que la Ec.(5) se puede escribir también como

$$\mathbf{P}^* = \boldsymbol{\mu}_P + q \frac{\mathbf{C}_P \mathbf{f}_i}{\sqrt{\mathbf{f}_i^T \mathbf{C}_P \mathbf{f}_i}} \quad (6)$$

Donde $\mathbf{C}_P = E[(\mathbf{P} - \boldsymbol{\mu}_P)(\mathbf{P} - \boldsymbol{\mu}_P)^T]$ es la matriz de covariancia de las cargas \mathbf{P} y \mathbf{f}_i es el vector de influencia de la respuesta r_i , es decir que

$$r_i = \mathbf{f}_i^T \mathbf{P} \quad (7)$$

Para ser utilizado como distribución de cargas en el contexto del diseño basado en la confiabilidad, la distribución de cargas del método LRC tiene que ser introducido en la EC. (1) de tal forma que sean consideradas el resto de las variables aleatorias (y no solamente la distribución de la acción del viento) y que el índice de seguridad β^* sea determinado en forma explícita. De esta forma se obtendría: a) un criterio general y objetivo para seleccionar la respuesta específica r_i en la cual basar la distribución de presiones de diseño; y b) la consideración de los diferentes modos de falla, de la capacidad resistente de los elementos y de la confiabilidad objetivo en la definición de la distribución de presiones y los factores de seguridad parciales de diseño

El objetivo de este trabajo es presentar un método basado en la confiabilidad para el diseño estructural bajo cargas de viento dinámicas de tal modo que los coeficientes de presión de viento nominales \mathbf{p}^* (asociados a la matriz de covariancia \mathbf{C}_P) puedan ser definidos para ser utilizados en el contexto del método LRFD. La originalidad de la formulación presentada en este trabajo está basada en el procedimiento utilizado para resolver el problema de considerar simultáneamente la acción del viento como una variable aleatoria (la máxima presión media del viento fuera del área de influencia de la estructura) y como un proceso aleatorio en el espacio y el tiempo definido por la matriz de covariancia \mathbf{C}_P , (es decir, la aproximación con momentos segundos para un proceso no-gaussiano) y el factor de pico q .

PLANTEO DEL PROBLEMA

El propósito de este estudio es determinar el modo más efectivo de seleccionar una distribución de presiones viento estáticas equivalentes y sus correspondientes factores parciales de diseño considerando a la acción del viento como un proceso aleatorio (en general, utilizando datos experimentales obtenidos en modelos a escala).

Consideremos que una estructura debe ser diseñada para las cargas de viento $\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}_0 + \mathbf{P}'(t)$.

$\mathbf{P}_0 = \mathbf{p}_0 w A$ son los valores medios de las cargas de viento durante una tormenta de duración τ (por ejemplo $\tau = 1hr$), $w = 1/2 \rho v_\tau^2$ es la presión media y v_τ es la velocidad media del viento durante el período τ en una región fuera del área de influencia de la estructura. A es el área de influencia correspondiente a cada fuerza \mathbf{P}_0 . \mathbf{p}_0 son los valores medios de los coeficientes de presión del viento a lo largo de la estructura durante el período τ . Dado que para el diseño de la estructura se requiere la máxima carga de viento en el período de vida de la instalación T_R (por ejemplo $T_R = 50$ años), w es también una variable aleatoria (es decir, el valor máximo en T_R años). Habitualmente una distribución de probabilidad de Máximo de Tipo I y un coeficiente de variación $\delta_w = 0.30$ (aproximadamente) son considerados para la máximas cargas de viento en T_R [Ellingwood (1978)].

$\mathbf{P}'(t)$ indica la variación de las cargas de viento alrededor de su valor medio \mathbf{P}_0 durante la tormenta. Se assume que $\mathbf{P}'(t)$ es un proceso estacionario, pero no necesariamente gaussiano, con matriz de covariancia $\mathbf{C}_{\mathbf{P}'} = \mathbf{C}_{\mathbf{p}'} (1/2 \rho v_\tau^2 A)^2 = \mathbf{C}_{\mathbf{p}'} w^2 A^2$. En general, $\mathbf{C}_{\mathbf{p}'}$ se obtiene a partir de datos experimentales obtenidos con modelos a escala ensayados en túnel de viento.

La respuesta máxima r_{wi} (momento flector, corte, tensiones, etc) en una sección i de la estructura debida a las cargas de viento se puede calcular como

$$r_{wi} = \mathbf{f}_i^T \mathbf{P}_0 + q_i \sigma_{ri} \quad (8)$$

donde \mathbf{f}_i es el vector de influencia de la respuesta r_i , σ_{ri} es el desvío estándar de la respuesta r_i debido a la carga de viento aleatoria con valor medio cero $\mathbf{P}'(t)$ y q_i es el factor de pico para una respuesta estacionaria no necesariamente gaussiana. Esta consideración es importante dado que los procesos aleatorios correspondientes a la acción del viento son usualmente no gaussianos. Por ejemplo, las fluctuaciones de las presiones de viento alrededor de edificios de baja altura son principalmente no gaussianos [Kwon and Kareem (2011)].

Por su parte, el desvío estándar de la respuesta r_i se puede calcular como

$$\sigma_{ri}^2 = E[r_i r_i^T] = E[\mathbf{f}_i^T \mathbf{P}' \mathbf{P}'^T \mathbf{f}_i] = \mathbf{f}_i^T E[\mathbf{P}' \mathbf{P}'^T] \mathbf{f}_i = \mathbf{f}_i^T \mathbf{C}_{\mathbf{P}'} \mathbf{f}_i = \mathbf{f}_i^T \mathbf{C}_{\mathbf{p}'} \mathbf{f}_i w^2 A^2 \quad (9)$$

El valor medio y el desvío estándar del factor de pico q , μ_q y σ_q , para procesos no gaussianos se puede calcular analíticamente de acuerdo con la metodología de Kwon and Kareem (2011). El valor medio y el desvío estándar del factor de pico q , μ_q and σ_q , para procesos gaussianos ha sido obtenido mediante expresiones asintóticas por Davenport (1964) como

$$\mu_q = \sqrt{2 \ln v \tau} + \frac{0.5772}{\sqrt{2 \ln v \tau}} \quad \sigma_q = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \frac{1}{\sqrt{2 \ln v \tau}} \quad (10)$$

donde ν es el valor medio del número de cruces del eje del tiempo del proceso aleatorio (frecuencia aparente).

Usando la Ec. (9) la respuesta máxima r_{wi} [Ec. (8)] debido a las cargas de viento se puede calcular como

$$r_{wi} = \mathbf{f}_i^T \mathbf{P}_0 + q_i \sigma_{ri} = \mathbf{f}_i^T \mathbf{p}_0 w A + q_i \sqrt{\mathbf{f}_i^T \mathbf{C}_p \mathbf{f}_i} w A \quad (11)$$

En el método de diseño basado en la confiabilidad propuesto en este trabajo, la distribución de la carga de viento equivalente de diseño \mathbf{P}^* se define como la distribución de carga de viento más probable en la condición de falla (en sustitución de la distribución de carga de viento que causa el máximo en una respuesta específica como en el método LRC). Esta definición permite la selección de la respuesta, el modo y la sección de falla, en base a la máxima probabilidad de falla y, por lo tanto, permite una selección objetiva de la respuesta incluyendo la consideración de la capacidad o resistencia de los elementos estructurales. La determinación de \mathbf{P}^* en base a esta definición se desarrolla en las secciones siguientes.

CARACTERIZACIÓN DE LA ALEATORIEDAD DE LA ACCIÓN DEL VIENTO

Supongamos que se requiere calcular el máximo momento flector M_{\max} en T_R años (variable aleatoria) en una sección i de una estructura debido a la acción del viento. Supongamos que dicho máximo ocurre durante una tormenta de duración $\tau = 1hr$. La presión media del viento durante el tiempo τ en una región fuera de la influencia de la estructura es w . w es también una variable aleatoria: la máxima presión media de 1 hr de tormenta en T_R años. Las cargas de viento sobre la estructura durante la tormenta, $\mathbf{P}(t)$, constituyen un proceso aleatorio en el espacio y el tiempo. Por lo tanto, el momento flector $M(t)$ en una sección i es también un proceso aleatorio en el tiempo que puede ser calculado como

$$M(t) = \mathbf{f}^T \mathbf{P}(t) = \mathbf{f}^T \mathbf{P}_0 + \mathbf{f}^T \mathbf{P}'(t) \quad (12)$$

Usando la ec. (9), el momento flector máximo durante la tormenta es

$$M_{\max} = \mathbf{f}^T \mathbf{P}_0 + q \sigma_M = \mathbf{f}^T \mathbf{p}_0 w A + q \sqrt{\mathbf{f}^T \mathbf{C}_p \mathbf{f}} w A \quad (13)$$

Observando la ec. (13) se deduce que hay tres fuentes de aleatoriedad en M_{\max} :
a) la aleatoriedad en el factor de pico q (que depende de la frecuencia aparente, la asimetría, la kurtosis y la duración de la tormenta [Kwon and Kareem (2011)]), b) la aleatoriedad en la máxima presión media del viento w en 1 hora de tormenta en T_R años y c) la aleatoriedad en la distribución de las presiones de viento representada por la matriz de covarianza \mathbf{C}_p .

Para mantener explícitamente las tres fuentes de aleatoriedad y por conveniencia en el análisis de confiabilidad subsiguiente, el momento flector debido a las cargas de viento M_w en la ecuación de falla se escribe como

$$M_w = \mathbf{f}^T \mathbf{p}_0 w A + q \mathbf{f}^T \mathbf{p}' w A \quad (14)$$

donde \mathbf{p}' son coeficientes de presión de viento nominales asociados a la matriz de covariancia $\mathbf{C}_{p'}$, obtenidos como se muestra en la sección siguiente.

DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES DE VIENTO DE DISEÑO BASADA EN LA CONFIABILIDAD

Consideremos la siguiente ecuación de falla para cada respuesta r_i en una sección i de una estructura (momento flector, corte, tensiones, etc):

$$G_i(\mathbf{p}') = C_i - r_{Gi} - r_{wi} = C_i - r_{Gi} - \mathbf{f}_i^T \mathbf{p}_0 w A - \mathbf{f}_i^T \mathbf{p}' q_i w A = 0 \quad (15)$$

donde C_i es la capacidad y r_{Gi} es la respuesta debida a otras cargas (cargas gravitatorias por ejemplo) en la misma sección.

La distribución de los coeficientes de presión de viento de diseño \mathbf{p}'^* se define como la distribución de coeficientes de presión nominal más probable en la condición de falla. Para determinar dicha distribución, la ecuación de falla se escribe en el espacio de las variables normales normalizadas \mathbf{z}_p utilizando la siguiente transformación lineal:

$$\mathbf{z}_p = \mathbf{diag}\left(\frac{1}{\sigma_i}\right) \Phi^T \mathbf{p}' \quad (16)$$

donde Φ y σ_i (desvío estándar de p'_i) son solución de la siguiente ecuación de valores propios

$$\Phi \mathbf{diag}(\sigma_i^2) = \mathbf{C}_{p'} \Phi \quad (17)$$

σ_i^2 y $\Phi^{(i)}$ son los correspondientes autovalores y autovectores de $\mathbf{C}_{p'}$. $\mathbf{diag}(\sigma_i^2)$ es una matriz diagonal formada por los autovalores. Dado que $\mathbf{C}_{p'}$ es una matriz simétrica y real se deduce de la Ec. (17) que

$$\Phi^{-1} = \Phi^T \quad \Phi^T \mathbf{C}_{p'} \Phi = \mathbf{diag}(\sigma_i^2) \quad \mathbf{C}_{p'} = \Phi \mathbf{diag}(\sigma_i^2) \Phi^T \quad (18)$$

Utilizando la definición de \mathbf{z}_p [Ec. (16)] y Ec. (18), las siguientes ecuaciones muestran que \mathbf{z}_p son efectivamente variables normales normalizadas no correlacionadas

$$E[\mathbf{z}_p] = \mathbf{0} \quad E[\mathbf{z}_p \mathbf{z}_p^T] = \mathbf{diag}\left(\frac{1}{\sigma_i}\right) \Phi^T E[\mathbf{p}' \mathbf{p}'^T] \Phi \mathbf{diag}\left(\frac{1}{\sigma_i}\right) = \mathbf{I} \quad (19)$$

Utilizando la Ec.(16), los coeficientes de presión de viento nominales se pueden escribir como

$$\mathbf{p}' = \Phi \text{diag}(\sigma_i) \mathbf{z}_p \quad (20)$$

Por lo tanto, la ecuación de falla [Ec.(15)] se puede escribir en el espacio de las variables normales normalizadas como

$$G_i(\mathbf{z}_p) = C_i - r_{Gi} - \mathbf{f}_i^T \mathbf{p}_0 w A - \mathbf{f}_i^T \Phi \text{diag}(\sigma_i) \mathbf{z}_p q_i w A = 0 \quad (21)$$

En la Ec. (21), la capacidad C_i , la respuesta debida a otras cargas diferentes de las cargas de viento r_{Gi} , el factor de pico q_i , y la presión de viento w son variables aleatorias que también pueden ser transformadas al espacio de variables normales normalizadas como sigue. Se asume que todas ellas son estadísticamente independientes entre sí y con respecto a la distribución de viento nominal \mathbf{p}' .

Supongamos que C_i es una variable aleatoria lognormal con valor medio y desvío estándar $(\mu_{C_i}, \sigma_{C_i})$, r_{Gi} es una variable aleatoria normal con valor medio y desvío estándar $(\mu_{r_{Gi}}, \sigma_{r_{Gi}})$ and w y q_i son variables aleatorias de Máximo Tipo I [Ellingwood (1978), Davenport (1964), Vanmarcke (1975)] con valor medio y desvío estándar (μ_w, σ_w) y $(\mu_{q_i}, \sigma_{q_i})$ respectivamente (otras distribuciones de probabilidad podrían ser consideradas utilizando un procedimiento similar).

Utilizando la Rosenblatt Transformation [Ang and Tang (1984)], se pueden definir las siguientes variables normales normalizadas para cada una de las variables aleatorias anteriores

$$z_{C_i} = \frac{\ln(C_i) - \lambda_{C_i}}{\zeta_{C_i}} \quad \lambda_{C_i} = \ln(\mu_{C_i}) - \frac{\zeta_{C_i}^2}{2} \quad \zeta_{C_i} = \sqrt{\ln\left(1 + \left(\frac{\sigma_{C_i}}{\mu_{C_i}}\right)^2\right)} \quad (22)$$

$$z_{r_{Gi}} = \frac{r_{Gi} - \mu_{r_{Gi}}}{\sigma_{r_{Gi}}} \quad (23)$$

$$z_w = \Phi^{-1} \left\{ \exp \left[-\exp \left(\frac{-\pi}{\sqrt{6}} \frac{1}{\sigma_w} [w - (\mu_w - 0.45\sigma_w)] \right) \right] \right\} \quad (24)$$

$$z_{q_i} = \Phi^{-1} \left\{ \exp \left[-\exp \left(\frac{-\pi}{\sqrt{6}} \frac{1}{\sigma_{q_i}} [q_i - (\mu_{q_i} - 0.45\sigma_{q_i})] \right) \right] \right\} \quad (25)$$

Donde $\Phi(\bullet)$ es la función de distribución normal normalizada. Por inversión de las Ecs (22) a (25), se obtienen las siguientes relaciones

$$C_i(z_{C_i}, \mu_{C_i}, \sigma_{C_i}) = e^{(\lambda_{C_i} + \zeta_{C_i} z_{C_i})} \quad (26)$$

$$r_{Gi} = \mu_{r_{Gi}} + \sigma_{r_{Gi}} z_{r_{Gi}} \quad (27)$$

$$w(z_w, \mu_w, \sigma_w) = \mu_w - \left\{ \frac{\sqrt{6}}{\pi} \ln \left[-\ln \left(\Phi(z_w) \right) \right] + 0.45 \right\} \sigma_w \quad (28)$$

$$q_i(z_{qi}, \mu_{qi}, \sigma_{qi}) = \mu_{qi} - \left\{ \frac{\sqrt{6}}{\pi} \ln \left[-\ln \left(\Phi(z_{qi}) \right) \right] + 0.45 \right\} \sigma_{qi} \quad (29)$$

Utilizando las Ecs (26) a (29), la Ec. (21) se puede escribir en el espacio de todas las variables normales normalizadas

$$\mathbf{z}^T = \left[\mathbf{z}_P^T \quad z_{C_i} \quad z_{r_{Gi}} \quad z_w \quad z_{q_i} \right] \quad (30)$$

De la siguiente forma

$$G_i(\mathbf{z}) = C_i(z_{C_i}, \mu_{C_i}, \sigma_{C_i}) - \mu_{r_{Gi}} - \sigma_{r_{Gi}} z_{r_{Gi}} - \mathbf{f}_i^T \mathbf{p}_0 A w(z_w, \mu_w, \sigma_w) - \mathbf{f}_i^T \Phi \text{diag}(\sigma_i) \mathbf{z}_P A w(z_w, \mu_w, \sigma_w) q_i(z_{q_i}, \mu_{q_i}, \sigma_{q_i}) = 0 \quad (31)$$

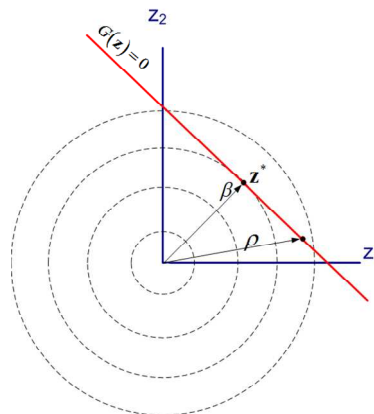


Fig. 1 Superficie de falla en el espacio de las variables normales normalizadas

Si las circunferencias en la Fig.1 representan la función de densidad conjunta normal normalizada, el punto sobre la superficie de falla con mínima distancia al origen es el punto de falla más probable. La mínima distancia β es utilizada como una medida de la confiabilidad [Ang and Tang (1984)].

Dado que la distancia de cualquier punto sobre la superficie de falla al origen se puede escribir como

$$\rho = \sqrt{\mathbf{z}^T \mathbf{z}} \quad (32)$$

El punto de falla más probable \mathbf{z}^* es la solución del siguiente problema de minimización condicionado

$$\left| \begin{array}{l} \text{Minimizar } \rho \\ \text{Sujeto a } G(\mathbf{z}) = 0 \end{array} \right. \quad (33)$$

Utilizando multiplicadores de Lagrange, se obtiene la solución siguiente [Ang and Tang (1984)]:

$$\mathbf{z}^* = \frac{-\left. \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \right|_* \beta_i}{\sqrt{\left. \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \right|_*^T \left. \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \right|_*}} \quad (34)$$

donde $\left. \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \right|_*$ indica que la derivada es evaluada en el punto de falla más probable

\mathbf{z}^* . Utilizando las Ec. (34) y (31), \mathbf{z}_p^* se puede calcular como

$$\mathbf{z}_p^* = \frac{-\left. \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}_p} \right|_* \beta_i}{\sqrt{\left. \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}_p} \right|_*^T \left. \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}_p} \right|_*}} = \frac{\mathbf{diag}(\sigma_i) \Phi^T \mathbf{f}_i A w^* q_i^*}{\sqrt{\left. \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \right|_*^T \left. \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \right|_*}} \beta_i \quad (35)$$

Reemplazando \mathbf{z}_p^* en Ec. (20) y usando la Ec. (18), la distribución de coeficientes de presión de viento nominal basada en la confiabilidad resulta igual a

$$\mathbf{p}^* = \frac{\Phi \mathbf{diag}(\sigma_i) \mathbf{diag}(\sigma_i) \Phi^T \mathbf{f}_i}{\sqrt{\left. \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \right|_*^T \left. \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \right|_*}} A w^* q_i^* \beta_i = \frac{\mathbf{C}_p \mathbf{f}_i}{\sqrt{\left. \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \right|_*^T \left. \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \right|_*}} A w^* q_i^* \beta_i \quad (36)$$

Nótese que la Ec. (36) es un resultado muy importante que demuestra que la forma de la distribución de las presiones de viento equivalentes siempre sigue el patrón $\mathbf{C}_p \mathbf{f}_i$ (también cuando otras variables aleatorias son consideradas en la ecuación de falla) tal como fuera propuesto por Kapersky (1992) [Ec. (6)] en el contexto más limitado de la búsqueda del valor máximo de una respuesta específica.

El método basado en la confiabilidad aquí presentado permite determinar los factores de seguridad parciales que tienen que multiplicar a $\mathbf{C}_p \mathbf{f}_i$ y las otras variables aleatorias para alcanzar una confiabilidad especificada β^* .

Notando que la derivada de la ecuación de falla con respecto a \mathbf{z}_p^* satisface

$$\left. \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}_p} \right|_* = \sqrt{\mathbf{f}_i^T \Phi \mathbf{diag}(\sigma_i) \mathbf{diag}(\sigma_i) \Phi^T \mathbf{f}_i A w^* q_i^*} = \sqrt{\mathbf{f}_i^T \mathbf{C}_p \mathbf{f}_i A w^* q_i^*} \quad (37)$$

La ec. (36) se transforma en

$$\mathbf{p}^* = \frac{\mathbf{C}_p \mathbf{f}_i}{\sqrt{\mathbf{f}_i^T \mathbf{C}_p \mathbf{f}_i}} \beta \alpha_p \quad (38)$$

La ec. (38) muestra que los coeficientes de presión de viento nominal basados en la confiabilidad son obtenidos multiplicando $\frac{\mathbf{C}_p \mathbf{f}_i}{\sqrt{\mathbf{f}_i^T \mathbf{C}_p \mathbf{f}_i}}$ por el índice de seguridad β_i y por la relación α_p entre la influencia sobre la ecuación de falla del viento como un proceso aleatorio $\sqrt{\left. \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}_p} \right|_*^T \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}_p} \Big|_*}$ dividido por la influencia de todas las variables aleatorias $\sqrt{\left. \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \right|_*^T \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \Big|_*}$. Nótese que el último término de la ec. (38) tiene la misma estructura del método LRFD habitual si en la Ec. (2) σ_i es reemplazado por $\frac{\mathbf{C}_p \mathbf{f}_i}{\sqrt{\mathbf{f}_i^T \mathbf{C}_p \mathbf{f}_i}}$.

Utilizando las Ecs.(26), (27), (31) y (34), las otras variables aleatorias en la combinación de capacidad y cargas más probable en la condición de falla resultan iguales a

$$z_{Ci}^* = \frac{-\left. \frac{\partial G_i}{\partial z_{Ci}} \right|_* \beta_i}{\sqrt{\left. \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \right|_*^T \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \Big|_*}} \quad (39)$$

$$r_{Gi}^* = \mu_{r_{Gi}} + \frac{\sigma_{r_{Gi}}^2}{\sqrt{\left. \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \right|_*^T \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \Big|_*}} \beta_i \quad (40)$$

$$z_w^* = \frac{-\left. \frac{\partial G_i}{\partial z_w} \right|_* \beta_i}{\sqrt{\left. \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \right|_*^T \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \Big|_*}} \quad (41)$$

$$z_q^* = \frac{-\left. \frac{\partial G_i}{\partial z_q} \right|_* \beta_i}{\sqrt{\left. \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \right|_*^T \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \Big|_*}} \quad (42)$$

Los resultados de las Ecs. (39), (41) y (42) son reemplazados en las Ecs. (26), (28) y (29) para obtener los valores de diseño C_i^* , w^* y q_i^* .

La metodología general para obtener la carga de viento nominal equivalente basada en la confiabilidad es calcular β_i resolviendo el problema de minimización [Ec. (33)] para cada elemento estructural o sección y tipo de falla. Luego, los coeficientes de presión de viento nominales de diseño equivalentes \mathbf{p}^* son calculados para la respuesta r_i con mínimo β_i usando las Ec. (36) o (38).

Adicionalmente, dado que el punto de falla más probable \mathbf{z}^* debe satisfacer la condición de falla $G(\mathbf{z}^*)=0$, la Ec. (15) puede ser utilizada directamente para el diseño del elemento seleccionando un índice de confiabilidad objetivo β^* y escribiendo la ecuación de diseño como

$$C_i^* - r_{Gi}^* - \mathbf{f}_i^T \mathbf{p}_0 A w^* - \mathbf{f}_i^T \mathbf{p}^* A w^* q_i^* \geq 0 \quad (43)$$

CASO PARTICULAR CON LOS COEFICIENTES DE PRESIÓN DE VIENTO COMO ÚNICAS VARIABLES ALEATORIAS

Si la distribución de los coeficientes de presión de viento nominales \mathbf{p}' son considerados las únicas variables aleatorias del problema, es decir, es asumido que las incertidumbres en la capacidad C_i , en la respuesta debida a las otras cargas r_{Gi} , en el factor de pico q_i y en la presión de diseño w son pequeñas en comparación con las incertidumbres en \mathbf{p}' , la ecuación de falla (15) es lineal en las variables aleatorias. En este caso, el índice de confiabilidad puede ser calculado utilizando la aproximación de Cornell [Ang and Tang (1984)]

$$\beta_i = \frac{\mu_{G_i}}{\sigma_{G_i}} = \frac{C_i - r_{Gi} - \mathbf{f}_i^T \mathbf{p}_0 A \mu_w}{\sqrt{\mathbf{f}_i^T \mathbf{C}_p \mathbf{f}_i A \mu_{q_i} \mu_w}} \quad (44)$$

Los coeficientes de presión de viento nominales de diseño equivalentes \mathbf{p}^* en la Ec. (38) se pueden obtener como

$$\mathbf{p}^* = \frac{\mathbf{C}_p \mathbf{f}_i}{\sqrt{\mathbf{f}_i^T \mathbf{C}_p \mathbf{f}_i}} \beta_i \quad (45)$$

La ecuación de diseño (43) resulta igual a

$$\mu_{C_i} - \mu_{r_{Gi}} - \mathbf{f}_i^T \mathbf{p}_0 A \mu_w - \mathbf{f}_i^T \frac{\mathbf{C}_p \mathbf{f}_i}{\sqrt{\mathbf{f}_i^T \mathbf{C}_p \mathbf{f}_i}} \beta_i A \mu_w \mu_q \geq 0 \quad (46)$$

EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Ejemplo simple unidimensional

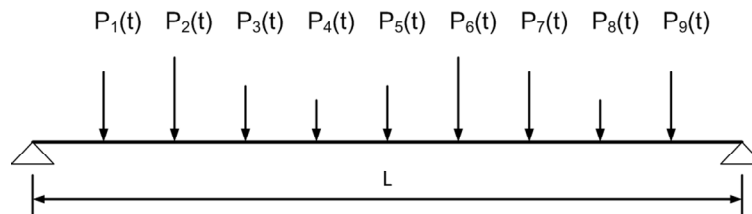


Fig. 2 Ejemplo de una viga bajo cargas de viento

Como primer ejemplo consideremos el problema de la definición de las cargas de viento de diseño para la viga de la Fig.2.

Obtención analítica de la matriz de covariancia de los coeficientes de presión C_p

Supongamos que las cargas de viento pueden ser consideradas como un proceso estacionario gaussiano con densidad de potencia espectral “half-sided” dada por la Ec. (47).

$$G(n) = 4 \frac{\frac{\ell}{U}}{\left[1 + 70.8 \left(n \frac{\ell}{U}\right)^2\right]^{\frac{5}{6}}} \sigma_u^2 \quad (47)$$

donde ℓ = longitud de la escala de turbulencia, $U = v_\tau$ = la velocidad media del viento durante el período $\tau = 1hr$ en la region fuera de la zona de influencia de la viga, $\sigma_u = \alpha_u v_\tau$ = desvío estándar de las fluctuaciones de la velocidad del viento y n = frecuencia. α_u es un factor que depende de la rugosidad del terreno y de la altura z (α_u alrededor de 0.2 es considerado habitualmente).

Como funcion de coherencia se considera

$$\gamma(n, r) = e^{-1.15 \left[\frac{r}{\ell} \sqrt{\left(2\pi n \frac{\ell}{U}\right)^2 + 1} \right]^{1.5}} \quad (48)$$

donde r = distancia.

La función de covariancia (ilustrada en la Fig. 3) se calcula como

$$C(r) = \int_0^\infty \frac{G(n) \gamma(n, r)}{\sigma_u^2} dn \quad (49)$$

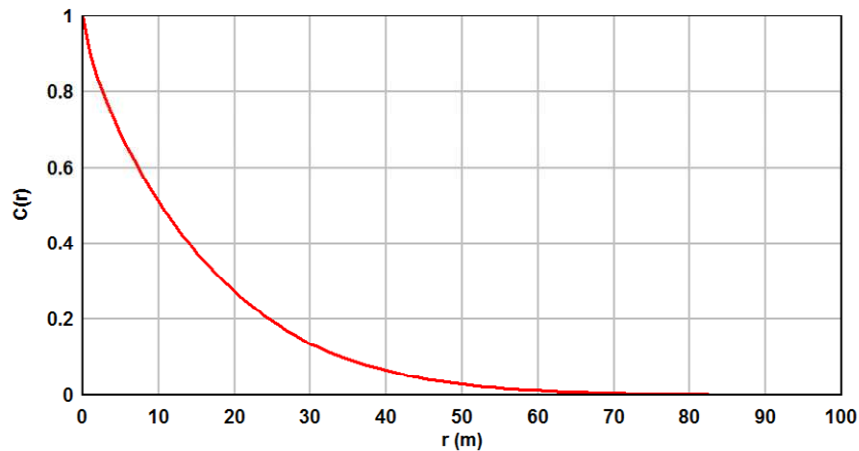


Fig. 3 Función de covariancia

Para simplificar la presentación, consideremos que la carga de viento es representada por nueve cargas igualmente espaciadas (ver Fig. 2).

Si bien la matriz de covariancia de los coeficientes de presión C_p debería ser determinada a partir de datos experimentales obtenidos con modelos a escala en túnel de viento, para presentar el problema en este trabajo vamos a estimar dicha matriz utilizando los datos teóricos precedentes. En efecto, la matriz de coeficientes de correlación de las cargas de viento para una viga con $L = 50$ m y $\ell = 30$ m se puede obtener usando la Ec. (49) como

$$\rho_p = C(|r_i - r_j|) = \begin{pmatrix} 1 & 0.69 & 0.511 & 0.376 & 0.273 & 0.195 & 0.137 & 0.094 & 0.064 \\ 0.69 & 1 & 0.69 & 0.511 & 0.376 & 0.273 & 0.195 & 0.137 & 0.094 \\ 0.511 & 0.69 & 1 & 0.69 & 0.511 & 0.376 & 0.273 & 0.195 & 0.137 \\ 0.376 & 0.511 & 0.69 & 1 & 0.69 & 0.511 & 0.376 & 0.273 & 0.195 \\ 0.273 & 0.376 & 0.511 & 0.69 & 1 & 0.69 & 0.511 & 0.376 & 0.273 \\ 0.195 & 0.273 & 0.376 & 0.511 & 0.69 & 1 & 0.69 & 0.511 & 0.376 \\ 0.137 & 0.195 & 0.273 & 0.376 & 0.511 & 0.69 & 1 & 0.69 & 0.511 \\ 0.094 & 0.137 & 0.195 & 0.273 & 0.376 & 0.511 & 0.69 & 1 & 0.69 \\ 0.064 & 0.094 & 0.137 & 0.195 & 0.273 & 0.376 & 0.511 & 0.69 & 1 \end{pmatrix} \quad (50)$$

Por otra parte, los desvíos estándar de todas las cargas P son iguales y se pueden calcular como (ρ es la densidad del aire)

$$\sigma_p = \rho v_r \sigma_u A = \alpha_u \rho v_r^2 A = 2\alpha_u w^2 A \quad (51)$$

A su vez, la matriz de covariancia de las cargas se puede escribir como

$$C_p = C_p' w^2 A^2 = \rho_p \sigma_p^2 \quad (52)$$

Utilizando las Ecs. (52) y (51), la matriz de covariancia de los coeficientes de presión C_p se puede calcular como

$$C_{p'} = \rho_{p'} \left(\frac{\sigma_p}{wA} \right)^2 = \rho_{p'} (2\alpha_u)^2 \quad (53)$$

Con la Ec. (50) para una viga con longitud $L = 50$ m, escala de turbulencia $\ell = 30$ m, y $\alpha_u = 0.2$, la matriz de covariancia de los coeficientes de presión $C_{p'}$ es

$$C_{p'} = \begin{pmatrix} 1 & 0.69 & 0.511 & 0.376 & 0.273 & 0.195 & 0.137 & 0.094 & 0.064 \\ 0.69 & 1 & 0.69 & 0.511 & 0.376 & 0.273 & 0.195 & 0.137 & 0.094 \\ 0.511 & 0.69 & 1 & 0.69 & 0.511 & 0.376 & 0.273 & 0.195 & 0.137 \\ 0.376 & 0.511 & 0.69 & 1 & 0.69 & 0.511 & 0.376 & 0.273 & 0.195 \\ 0.273 & 0.376 & 0.511 & 0.69 & 1 & 0.69 & 0.511 & 0.376 & 0.273 \\ 0.195 & 0.273 & 0.376 & 0.511 & 0.69 & 1 & 0.69 & 0.511 & 0.376 \\ 0.137 & 0.195 & 0.273 & 0.376 & 0.511 & 0.69 & 1 & 0.69 & 0.511 \\ 0.094 & 0.137 & 0.195 & 0.273 & 0.376 & 0.511 & 0.69 & 1 & 0.69 \\ 0.064 & 0.094 & 0.137 & 0.195 & 0.273 & 0.376 & 0.511 & 0.69 & 1 \end{pmatrix} (0.4)^2 \quad (54)$$

Viga con la distribución de las cargas de viento como única variable aleatoria

Consideremos en primer lugar que se requiere la distribución de las cargas de viento de diseño para la viga de la Fig. 2 asumiendo que los valores relativos de las cargas de viento son las únicas variables aleatorias (es decir, que los momentos flectores y esfuerzos corte últimos de cada sección, los momentos flectores y corte debidos a la carga gravitatoria, la presión del viento w y el factor de pico q_i son considerados variables determinísticas). Los datos del problema son: longitud de la viga $L = 50$ m, ancho de la viga $b = 2$ m, área de influencia de cada carga $A = \frac{L}{10} b = 10$ m², carga gravitatoria $p_g = 10$ kN/m, distribución de la presión media del viento $\mathbf{p}_0 = \mathbf{0}$, presión media del viento durante el período τ en la región fuera del área de influencia de la viga $\mu_w = 0.837$ kN/m² y factor pico $\mu_q = 3.5$. Los coeficientes de presión del viento nominales \mathbf{p}' son las únicas variables aleatorias y tienen una matriz de covariancia $C_{p'}$ dada por la Ec.(54).

Para mostrar la necesidad de considerar la ecuación de falla completa y no solamente, como en el método LRC, una respuesta específica ante la acción del viento se asume que la viga ha sido diseñada con resistencia variable, de tal forma que la capacidad a la flexión última es reducida en ambos cuartos extremos de la viga como se indica a continuación

$$C_M(x) = \begin{cases} 3900 \text{ kN/m} & \text{if } (x \geq L/4) \text{ or } (x \leq 3L/4) \\ 6250 \text{ kN/m} & \text{if } (x > L/4) \text{ and } (x < 3L/4) \end{cases} \quad (55)$$

Por su parte, la capacidad al corte última es reducida en el tercio central de la viga de la siguiente forma

$$C_Q(x) = \begin{cases} 580kN & \text{if } (x < L/3) \text{ or } (x > 2L/3) \\ 150kN & \text{if } (x \geq L/3) \text{ and } (x \leq 2L/3) \end{cases} \quad (56)$$

Para un viga de longitud L (Fig. 2), el momento flector en una sección x debido a una carga P aplicada en ξ (línea de influencia) se puede calcular como

$$M(x, \xi, P) = \begin{cases} Px \left(1 - \frac{\xi}{L}\right) & \text{if } x \leq \xi \\ P\xi \left(1 - \frac{x}{L}\right) & \text{if } x > \xi \end{cases} \quad (57)$$

Por lo tanto, los elementos del vector de influencia \mathbf{f}_{Mi} para los momentos flectores en cada sección x_i pueden ser calculados como

$$\mathbf{f}_{Mi}(x_i) = M(x_i, \xi_j, 1) \quad (58)$$

Asimismo, el esfuerzo de corte en una sección x debido a una carga P aplicada en ξ se puede calcular como

$$Q(x, \xi, P) = \begin{cases} P \left(1 - \frac{\xi}{L}\right) & \text{if } x < \xi \\ -P \frac{\xi}{L} & \text{if } x > \xi \\ P \left(-\frac{1}{2} + \frac{\xi}{L}\right) & \text{if } x = \xi \end{cases} \quad (59)$$

Los elementos del vector de influencia \mathbf{f}_{Qi} para los esfuerzos de corte en cada sección x_i pueden ser calculados como

$$\mathbf{f}_{Qi}(x_i) = Q(x_i, \xi_j, 1) \quad (60)$$

En la Fig. 4 se muestran el desvío estándar de los momentos flectores $\sigma_{Mi} = \sqrt{\mathbf{f}_{Mi}^T \mathbf{C}_p \mathbf{f}_{Mi}} \mu_w A$ y de las fuerzas de corte $\sigma_{Qi} = \sqrt{\mathbf{f}_{Qi}^T \mathbf{C}_p \mathbf{f}_{Qi}} \mu_w A$ en cada sección i de la viga. Nótese que el desvío estándar del esfuerzo de corte no es nulo en el centro de la viga debido a la posible distribución instantánea no simétrica de las cargas de viento aleatorias.

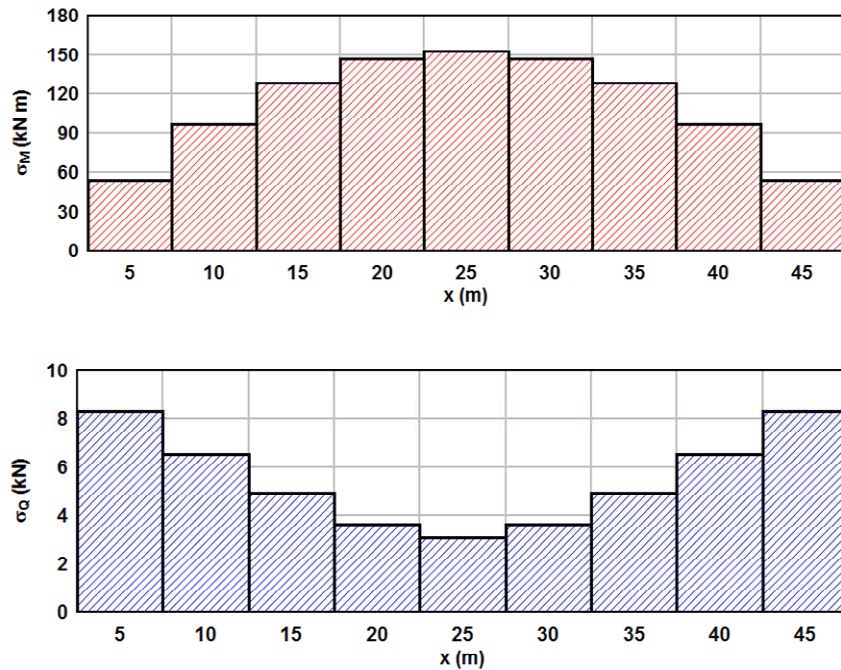


Fig. 4 a) Desvío estándar de los momentos flectores σ_M y b) Desvío estándar de los esfuerzos de corte σ_Q debidos a las cargas de viento

Utilizando la Ec. (44) se obtienen los valores del índice de seguridad de la Fig. 5. El valor mínimo $\beta_i = 5.8$, corresponde a una falla por flexión en la sección $r_i = 10m$.

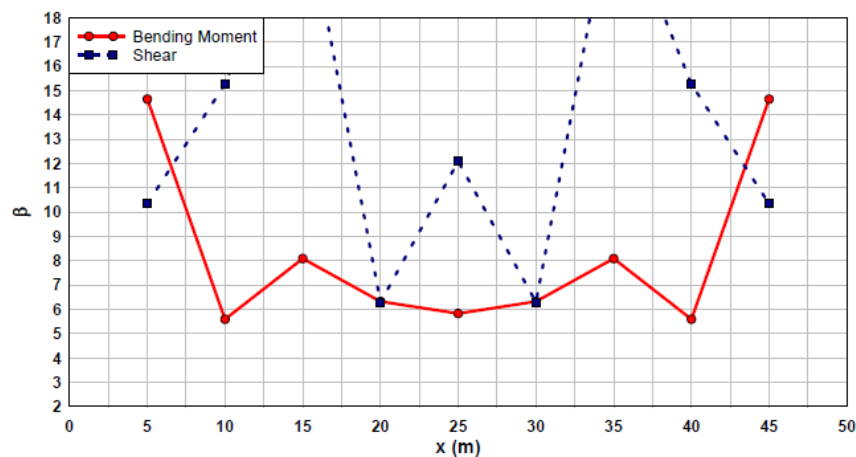


Fig. 5 Índice de seguridad para los momentos flectores (línea continua) y esfuerzos de corte (línea punteada) a lo largo de la viga.

Utilizando la Ec. (45), los coeficientes de presión de viento nominales basados en la confiabilidad (la distribución de la carga de viento más probable en la condición de

falla se puede calcular como $\mathbf{p}^* = \frac{C_p \mathbf{f}_{Mi}}{\sqrt{\mathbf{f}_{Mi}^T C_p \mathbf{f}_{Mi}}} \beta_i$ donde $\mathbf{f}_{Mi}^T = (4 \ 8 \ 7 \ 6 \ 5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1)m$.

La distribución de \mathbf{p}^* se muestra en la Fig. 6. Nótese que estos coeficientes corresponden a probabilidades de falla muy bajas ($\beta_i = 5.8$). Si hubiera sido especificado un índice de seguridad de $\beta = 2.5$ a 3.0 (como es habitual en el diseño), los coeficientes de presión nominales de diseño hubieran sido de alrededor de la mitad de los valores indicados en la Fig.6.

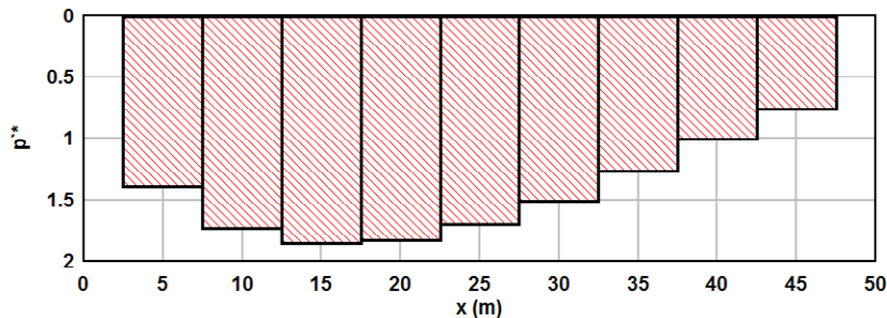


Fig. 6 Coeficientes de presión de viento nominales \mathbf{p}^* basados en la confiabilidad para el primer ejemplo (falla por momento flector en la sección $r_i = 10m$)

Viga considerando todas las variables aleatorias

Como segundo ejemplo, analicemos la misma viga anterior pero ahora considerando que las resistencias de flexión y corte, los esfuerzos de flexión y corte debidos a la carga gravitatoria, la presión media del viento w y el factor de pico q_i son todas variables aleatorias con valores medios, coeficientes de variación y función de distribución de probabilidad indicados en la Tabla 1.

Resolviendo el problema de optimización dado por la Ec. (33) con $G_i(\mathbf{z})$ dado por la Ec. (31) mediante el Mathcad, se obtienen los valores del índice de seguridad β_i mostrados en la Fig. 7. El valor mínimo $\beta_i = 3.06$, corresponde ahora a una falla por corte en la sección $r_i = 20m$ debido a la mayor incertidumbre de la resistencia al corte respecto de la resistencia a la flexión (Tabla 1).

Utilizando la Ec. (38), los coeficientes de presión de viento nominales basados en la confiabilidad (los coeficientes más probables en la condición de falla) son calculados como

$$\mathbf{p}^* = \frac{\mathbf{C}_p \mathbf{f}_{Q_i}}{\sqrt{\mathbf{f}_{Q_i}^T \mathbf{C}_p \mathbf{f}_{Q_i}}} \beta_i \frac{\sqrt{\left. \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}_p} \right|_*^T \left. \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}_p} \right|_*}}{\sqrt{\left. \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \right|_*^T \left. \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \right|_*}} \text{ donde } \mathbf{f}_{Q_i}^T = (-0.1 \ -0.2 \ -0.3 \ -0.1 \ 0.5 \ 0.4 \ 0.3 \ 0.2 \ 0.1).$$

Para este problema, la relación entre la influencia en la ecuación de falla de la distribución de la carga de viento dividida por la influencia de todas las variables aleatorias resulta igual a

$$\alpha_p = \frac{\sqrt{\left| \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}_p} \right|^T \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}_p}}}{\sqrt{\left| \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \right|^T \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}}}} = 0.64. \quad \mathbf{p}^* \text{ se muestra en la Fig. 8.}$$

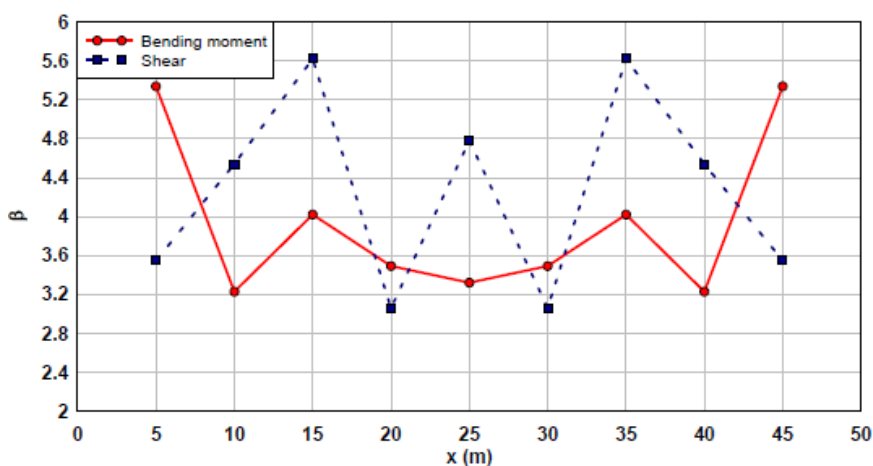


Fig. 7 Índice de seguridad para los momentos flectores (línea continua) y esfuerzos de corte (línea punteada) considerando las incertidumbres de todas las variables

Tabla 1 Variables aleatorias para el Segundo ejemplo

	Valor medio	Coefficientes de variación	Función de distribución de probabilidad
Resistencia a la flexión	$\mu_{C_{M_i}}$ (Eq. (55))	$\delta_{C_{M_i}} = 0.10$	Log-normal
Resistencia al corte	$\mu_{C_{Q_i}}$ (Eq.(56))	$\delta_{C_{Q_i}} = 0.20$	Log-normal
Flexión debida a las cargas gravitatorias	$p_g = 10 \text{ kN/m}$	$\delta_{MG_i} = 0.10$	Normal
Corte debido a las cargas gravitatorias	$p_g = 10 \text{ kN/m}$	$\delta_{QG_i} = 0.10$	Normal
Presión media del viento	$\mu_w = 0.837 \text{ kN/m}^2$	$\delta_w = 0.30$	Maximo type I
Factor de pico	$\mu_{q_i} = 3.5$	$\delta_{q_i} = 0.114$	Maximo type I

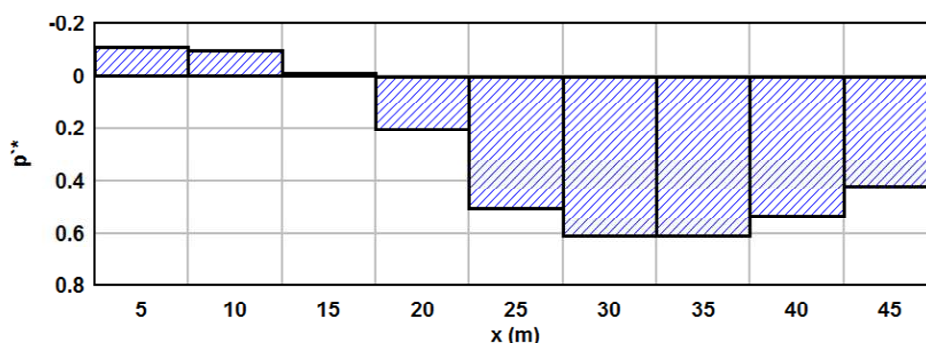


Fig. 8 Coeficientes de presión de viento nominales p^* basados en la confiabilidad para el segundo ejemplo (falla por corte en la sección $r_i = 20m$)

APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA BASADA EN LA CONFIABILIDAD PARA EL DISEÑO

La metodología basada en la confiabilidad aquí presentada podría ser utilizada en forma directa para el diseño como se indica a continuación. Supongamos que una probabilidad de falla específica, representada por el índice de seguridad β^* , es seleccionada como criterio de diseño.

Para clarificar el procedimiento consideremos primero que la distribución de presiones de viento es la única variable aleatoria del problema. Utilizando la Ec. (46), la ecuación de diseño correspondiente a la resistencia necesaria de cada sección puede escribirse como

$$\mu_{Ci} \geq \mu_{rGi} + \mathbf{f}_i^T \mathbf{p}_0 A \mu_w + \mathbf{f}_i^T \frac{\mathbf{C}_p \mathbf{f}_i}{\sqrt{\mathbf{f}_i^T \mathbf{C}_p \mathbf{f}_i}} \beta^* A \mu_w \mu_q \quad (61)$$

Nótese que para cada sección i o ecuación de falla (momento flector o corte) corresponde una distribución de coeficientes nominales de presión diferentes

$$\mathbf{p}^{*i} = \frac{\mathbf{C}_p \mathbf{f}_i}{\sqrt{\mathbf{f}_i^T \mathbf{C}_p \mathbf{f}_i}} \beta^*$$

Considerando ahora el caso general donde todas las variables de diseño son consideradas variables aleatorias y utilizando las Ec. (43) y Ec. (38), la ecuación de diseño correspondiente a la resistencia de cada sección se puede escribir como

$$C_i^* \geq r_{Gi}^* + \mathbf{f}_i^T \mathbf{p}_0 A w^* + \mathbf{f}_i^T \mathbf{p}^{*i} A w^* q_i^* = r_{Gi}^* + \mathbf{f}_i^T \mathbf{p}_0 A w^* + \mathbf{f}_i^T \frac{\mathbf{C}_p \mathbf{f}_i}{\sqrt{\mathbf{f}_i^T \mathbf{C}_p \mathbf{f}_i}} \beta^* \frac{\sqrt{\left| \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}_p} \right|^T \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}_p}}}{\sqrt{\left| \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \right|^T \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}}}} A w^* q_i^* \quad (62)$$

Definiendo los factores de seguridad parciales

$$\phi_{C_i} = \frac{C_i^*}{\mu_{C_i}} \quad (63)$$

$$\phi_{r_{Gi}} = \frac{r_{Gi}^*}{\mu_{r_{Gi}}} = 1 + \frac{\delta_{r_{Gi}}}{\sqrt{\left| \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \right|_*^T \left| \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \right|_*}} \sigma_{r_{Gi}} \beta^* \quad (64)$$

$$\phi_w = \frac{w^*}{\mu_w} \quad (65)$$

$$\phi_{q_i} = \frac{q_i^*}{\mu_{q_i}} \quad (66)$$

Y la relación entre la influencia en la ecuación de falla de la distribución de las presiones de viento dividida por la influencia de todas las variables aleatorias

$$\alpha_p = \frac{\sqrt{\left| \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}_p} \right|_*^T \left| \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}_p} \right|_*}}{\sqrt{\left| \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \right|_*^T \left| \frac{\partial G_i}{\partial \mathbf{z}} \right|_*}} \quad (67)$$

La ecuación de diseño Ec. (62) se puede escribir como

$$\phi_{C_i} \mu_{C_i} \geq \phi_{r_{Gi}} \mu_{r_{Gi}} + \mathbf{f}_i^T \mathbf{p}_0 A \phi_w \mu_w + \mathbf{f}_i^T \frac{\mathbf{C}_p \mathbf{f}_i}{\sqrt{\mathbf{f}_i^T \mathbf{C}_p \mathbf{f}_i}} \alpha_p \beta^* A \phi_w \mu_w \phi_{q_i} \mu_{q_i} \quad (68)$$

La distribución de coeficientes nominales de presiones de viento resulta igual a

$$\mathbf{p}^* = \frac{\mathbf{C}_p \mathbf{f}_i}{\sqrt{\mathbf{f}_i^T \mathbf{C}_p \mathbf{f}_i}} \alpha_p \beta^* \quad (69)$$

Por ejemplo, para la viga estudiada previamente los coeficientes de diseño \mathbf{p}^* son los mostrados en la Fig.8. Para las otras variables aleatorias los factores de seguridad parciales obtenidos, que corresponden a la relación entre los valores más probables en la condición de falla y el valor medios resultaron iguales a: resistencia al corte $\phi_{C_Q} = 0.67$, cargas gravitatorias $\phi_{r_G} = 1.06$, presión del viento $\phi_w = 1.35$ y factor de pico $\phi_q = 1.03$.

APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA BASADA EN LA CONFIABILIDAD AL DISEÑO DE LA CUBIERTA DEL ESTADIO DE BRAGA (PORTUGAL)

La distribución de la carga de viento basada en la confiabilidad fue utilizadas para el diseño de la cubierta del estadio de Braga (Fig. 9) (Cosentino and Majowiecki, 2004) bajo las cargas dinámicas del viento.



Fig. 9 Cubierta del estadio de Braga (Portugal)

La cubierta del estadio está formada por pares de cables pretensados con diámetros variando entre 80 y 88mm, espaciados 3.75m, sirviendo de apoyo a dos losas de hormigón de 24 cm de espesor. Debido a que un techo continuo no hubiera permitido el crecimiento del pasto, los cables son libres en la zona central y la cubierta fue dividida en dos losas de aproximadamente 60 m de ancho por 100 m de largo cada una.

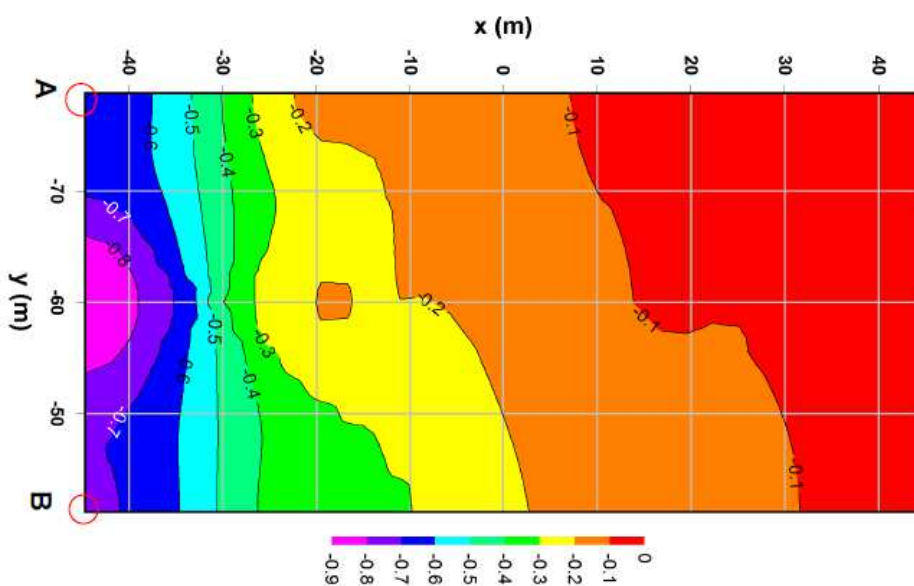


Fig. 10 Coeficientes de presiones de viento en la cubierta izquierda

Utilizando la metodología basada en la confiabilidad se obtuvo la distribución espacial de las cargas de viento que llevaría a la estructura a su condición de falla con mayor probabilidad. La Fig. 10 muestra los coeficientes \mathbf{p}^* obtenidos, con un valor mínimo p^* igual a -0.8 , concentrado cerca del borde donde el viento ataca la cubierta. Nótese que la mayor parte de la cubierta tiene valores pequeños de p^* mostrando la alta concentración de presiones de viento que se espera en la condición de falla.

CONCLUSIONES

El objetivo de este trabajo es presentar una metodología para el diseño estructural ante cargas de viento dinámicas basado en la confiabilidad de tal modo que los coeficientes de presión de viento nominales \mathbf{p}^* (asociados a la matriz de covariancia \mathbf{C}_p) puedan ser definidos en el contexto del método LRFD. De las definiciones y resultados mostrados en este trabajo se deducen las siguientes conclusiones:

- La distribución de cargas de viento basada en la probabilidad \mathbf{P}^* se define como la combinación de cargas más probable en la condición de falla.
- La definición precedente permite la consideración probabilística tanto del comportamiento aleatorio de las cargas como la selección e influencia de la condición de falla y de la sección de la estructura con capacidad crítica.
- Las cargas de viento son definidas como un proceso aleatorio caracterizado por el valor medio \mathbf{p}_0 y la matriz de covariancia \mathbf{C}_p , de los coeficientes de presión del viento y el valor medio y desvío estándar del factor de pico q , μ_q y σ_q , obtenidos de datos experimentales con modelos a escala en túnel de viento

- El patrón de cargas de viento de diseño se puede calcular como

$$\mathbf{P}^* = \mathbf{p}_0 A w^* + \mathbf{p}^* A w^* q_i^* = \mathbf{p}_0 A w^* + \frac{\mathbf{C}_p \mathbf{f}_i}{\sqrt{\mathbf{f}_i^T \mathbf{C}_p \mathbf{f}_i}} \beta^* \alpha_p A w^* q_i^*, \text{ donde } \mathbf{f}_i \text{ es el vector de}$$

influencia de la respuesta de la sección crítica con β mínimo.

- La ecuación de diseño resultante es $\phi_{Ci} \mu_{Ci} \geq \phi_{rGi} \mu_{rGi} + \mathbf{f}_i^T \mathbf{p}_0 A \phi_w \mu_w + \mathbf{f}_i^T \mathbf{p}^* A \phi_w \mu_w \phi_{qi} \mu_{qi}$, donde los factores de seguridad parciales ϕ son obtenidos resolviendo un problema de minimización no lineal.
- Para estructuras típicas, este proceso podría ser realizado por los responsables de la redacción de los reglamentos utilizando los factores de seguridad usuales. Un conjunto de coeficientes de presión de diseño \mathbf{p}^* para utilizar con la ecuación de diseño precedente puede ser obtenida y recomendada.

REFERENCIAS

- Ang, A. and Tang, W. (1984). *Probability Concepts in Engineering Planning and Design*, Vol. II, John Wiley & Sons, Inc., New York, USA. pag. 333-434.
- Cosentino N. and Majowiecki M. (2004), "Analysis and mitigation of the wind induced response of large span suspended roofs: the case of the new Braga Stadium", *Atti dell'8° Convegno Nazionale di Ingegneria del Vento - IN-VENTO-2004*, Reggio Calabria, Giugno
- Davenport, A. G. (1964). "Note on the Distribution of the Largest Value of a Random Functions with Application to Gust Loading." *Proceedings. Institution of Civil Engineers*. Vol. 28. 1964, pp. 187-196.
- Ellingwood, B and Tekie P. B. (1999), "Wind Load Statistics For Probability-Based Structural Design", *J. Struct. Engrg., ASCE*, 125(4), 453-463.
- Ellingwood, B. (1978). "Reliability Basis of Load and Resistance Factors for Reinforced Concrete Design," *National Bureau of Standards Building Science Series 110*, National Bureau of Standards, Washington, D.C. Feb. 1978, pag. 94.
- Ellingwood, B. (1994). "Probability-based codified design: past accomplishments and future challenges." *Struct. Safety*, 13(3), 159–176.
- Ellingwood, B., MacGregor, J. G., Galambos, T. V., and Cornell, C. A. (1982). "Probability-based load criteria: load factors and load combinations." *J. Struct. Div., ASCE* 108(5), 978–997.
- Fu, J; Xie, Z. and Q. S. Li, Q.S. (2008). "Equivalent Static Wind Loads on Long-Span Roof Structures." *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 134, No. 7, 1115-1127.
- Galambos, T. V., Ellingwood, B., MacGregor, J. G., and Cornell, C. A. (1982). "Probability-based load criteria: assessment of current design practice." *J. Struct. Div., ASCE*, 108(5), 959–977.
- Kasperski, M. (1992). "Extreme wind load distributions for linear and nonlinear design." *Engrg. Struct.*, 14, 27–34.
- Kwon, D.K. and Kareem A. (2011). "Peak Factors for Non-Gaussian Load Effects Revisited." *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 137, No. 12, December 2011, 1611-1619.
- Park, R and Gamble, W. (1980). *Reinforced Concrete Slabs*. John Wiley & Sons, Inc., New York, USA. pag. 186-192.
- Shinozuka, M. (1983). "Basic analysis of structural safety." *J. Struct. Engrg., ASCE*, 109(3), 721–740.
- Vanmarcke, E.H., "On the Distribution of the First-Passage Time for Normal Stationary Random Process." *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 42, Mar. 1975, pp 215-220.