

APLICACIÓN DE MODELOS SUBROGADOS BASADOS EN PROCESOS GAUSSIANOS AL ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD DE UN PUENTE PEATONAL

Mastelli, Mateo ^a; Bertero, Santiago ^b; Balbi, Mariano ^c

^a Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires, mmastelli@fi.uba.ar

^b Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires, sbertero@fi.uba.ar

^c Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires, mabalbi@fi.uba.ar

Palabras clave: procesos gaussianos, modelos subrogados, confiabilidad estructural, puentes peatonales, análisis modal

RESUMEN

La utilización de modelos computacionales avanzados, como los modelos de elementos finitos (MEF), es extensiva en ingeniería estructural, pero su costo computacional limita su aplicación en análisis de confiabilidad, cuantificación de incertidumbre y calibración de modelos digitales. Los modelos subrogados constituyen una alternativa eficiente al reemplazar el modelo físico-numérico por una aproximación estadística entrenada con pocas simulaciones. Entre ellos, los procesos gaussianos (PG) resultan especialmente atractivos por su capacidad de cuantificar incertidumbre predictiva e incorporar estrategias de muestreo adaptativo. En este trabajo se presenta una aplicación de procesos gaussianos como modelo subrogado para aproximar la respuesta modal de un modelo MEF del Puente Peatonal Dorrego, en la Ciudad Autónoma de Buenos Aires. La metodología combina simulaciones automatizadas en un software comercial de diseño estructural con estrategias de muestreo guiadas por la incertidumbre del modelo. El objetivo es explorar la viabilidad de este enfoque para reducir el costo computacional sin perder capacidad de estimar la respuesta estructural real.

ABSTRACT

Advanced computational models such as finite element models (FEM) are widely used in structural engineering, but their computational cost limits their application to reliability analysis, uncertainty quantification, and digital twin calibration. Surrogate models provide an efficient alternative by replacing the costly physical-numerical model with a statistical approximation trained on few simulations. Among them, Gaussian processes (GPs) are attractive because they quantify predictive uncertainty and enable adaptive sampling strategies. This work presents an application of Gaussian processes as a surrogate model to approximate the modal response of a FEM model of the Dorrego pedestrian bridge in Buenos Aires. The methodology combines automated simulations in commercial structural design software with sampling strategies guided by model uncertainty. The objective is to explore the feasibility of this approach to reduce computational cost while preserving the ability to estimate the actual structural response.

Organiza:

1. INTRODUCCIÓN

La seguridad de una estructura no depende únicamente de valores fijos de resistencia, rigidez o carga. En una obra real existen propiedades mecánicas que varían, cargas que no se conocen con exactitud, condiciones de borde que se idealizan y parámetros de modelación que se eligen con cierto grado de incertidumbre. La confiabilidad estructural busca incorporar esa variabilidad al análisis y responder una pregunta central: ¿Cuál es la probabilidad de que una estructura no cumpla una condición de desempeño previamente definida?¹

Existen distintas formas de estimar esa probabilidad. En problemas simples, puede obtenerse mediante expresiones analíticas. En problemas más generales, suelen utilizarse métodos aproximados, como el Método de Confiabilidad de Primer Orden (FORM, por sus siglas en inglés), que aproxima la condición de falla mediante una función lineal. Si bien este enfoque resulta muy eficiente desde el punto de vista computacional, su precisión puede verse comprometida en problemas altamente no lineales.

Una alternativa ampliamente utilizada es la simulación Monte Carlo (MCS, por sus siglas en inglés), que consiste en generar numerosas realizaciones del sistema, calcular la respuesta estructural en cada una y verificar si se cumple la condición de falla. A diferencia de los métodos aproximados, MCS converge a la solución exacta a medida que aumenta el número de simulaciones, independientemente de la complejidad o no linealidad del problema. Esta propiedad, junto con su simplicidad conceptual y robustez, la ha convertido en una de las herramientas más utilizadas para el análisis de confiabilidad. Sin embargo, cuando la probabilidad de falla es baja, el método puede requerir un número muy elevado de evaluaciones. Además, en muchas aplicaciones de ingeniería estructural, cada evaluación implica resolver un modelo numérico complejo, como un modelo de elementos finitos (MEF). En consecuencia, el análisis puede demandar un elevado costo computacional, entendido en este trabajo como el tiempo de cómputo requerido para realizar las evaluaciones directas del modelo MEF, e incluso resultar computacionalmente inviable.¹⁻⁴

Para disminuir ese costo computacional pueden seguirse dos caminos complementarios: reducir la cantidad de evaluaciones requeridas del modelo complejo o reemplazar parte de ellas por evaluaciones de un modelo de menor costo. En esta segunda estrategia se emplea un modelo aproximado, denominado modelo subrogado, cuyo costo de evaluación es significativamente menor que el del modelo original. La idea consiste en evaluar el modelo complejo únicamente en un conjunto limitado de puntos y utilizar esas respuestas para entrenar un modelo capaz de predecir la respuesta para nuevas simulaciones. De este modo, la mayor parte de las evaluaciones necesarias para estimar la probabilidad de falla se realizan sobre el subrogado y no directamente sobre el modelo complejo.

Entre los distintos tipos de modelos subrogados pueden mencionarse las regresiones polinómicas, las redes neuronales, los modelos basados en árboles de decisión y los procesos gaussianos (PG). En este trabajo se emplean PG debido a que combinan una elevada capacidad para aproximar respuestas no lineales con una formulación probabilística que proporciona, además de una predicción media, una estimación de la incertidumbre asociada a cada predicción. Esta capacidad resulta especialmente valiosa en problemas de confiabilidad, donde interesa identificar con precisión la

superficie que separa los dominios seguro y de falla, así como cuantificar la confianza en dicha identificación.

Si bien la evaluación del modelo subrogado es prácticamente instantánea, su construcción requiere realizar simulaciones del modelo original para generar el conjunto de entrenamiento. En consecuencia, el costo computacional del enfoque continúa estando dominado por la cantidad de evaluaciones directas del modelo complejo necesarias para entrenar el subrogado. Por ello, resulta fundamental obtener modelos suficientemente precisos utilizando la menor cantidad posible de simulaciones.

La incertidumbre predictiva de los PG permite abordar este problema mediante estrategias de aprendizaje activo. En lugar de seleccionar todos los puntos de entrenamiento al comienzo del análisis, el algoritmo incorpora nuevas evaluaciones de forma secuencial, priorizando aquellas regiones donde el modelo presenta mayor incertidumbre o donde la clasificación entre seguridad y falla resulta más relevante. De esta manera, las costosas evaluaciones del modelo original se concentran en las zonas que aportan mayor información para la estimación de la probabilidad de falla, permitiendo construir modelos subrogados precisos con un número reducido de simulaciones.⁵⁻⁸

El objetivo de este trabajo es evaluar el desempeño de una metodología de confiabilidad basada en PG y aprendizaje activo para reducir el costo computacional asociado a la estimación de la probabilidad de falla de un modelo MEF de un puente peatonal existente. La respuesta estructural considerada para definir el criterio de falla corresponde a una frecuencia modal asociada a un requisito operativo de serviciabilidad frente a vibraciones inducidas por peatones. En este contexto, el PG se utiliza como modelo subrogado de esta respuesta, permitiendo reemplazar una parte significativa de las evaluaciones directas del MEF por predicciones del modelo aproximado.

Para evaluar el desempeño de la metodología propuesta, las predicciones del modelo subrogado y la probabilidad de falla obtenida mediante el enfoque PG-MCS se comparan con una solución de referencia construida a partir de 20.000 evaluaciones directas del modelo MEF. Asimismo, se analizan la cantidad de evaluaciones del modelo MEF y el tiempo de cómputo requeridos por ambos enfoques, con el objetivo de cuantificar la reducción del costo computacional alcanzada y evaluar la capacidad del subrogado para reemplazar las ejecuciones repetidas del modelo complejo en el problema considerado.

La sección 2 presenta los principales conceptos teóricos que fundamentan la metodología, incluyendo la formulación general de un problema de confiabilidad, una introducción a los procesos gaussianos y el aprendizaje activo. En la sección 3 se describen los aspectos específicos del procedimiento PG-MCS implementado. La sección 4 presenta primero un ejemplo didáctico con solución analítica y luego la aplicación al modelo MEF del Puente Peatonal Dorrego, incluyendo la caracterización del problema estructural, la comparación entre el subrogado y SAP2000, la estimación de la probabilidad de falla y el análisis del costo computacional. Finalmente, se presentan las principales conclusiones y las posibles aplicaciones del enfoque en otros problemas que requieran numerosas evaluaciones de modelos numéricos costosos.

2. CONTEXTO TEÓRICO

2.1 El problema de la seguridad estructural y el método de Monte Carlo

Sea X el vector de variables aleatorias del problema. La respuesta estructural se resume mediante una función de estado límite $g(X)$, cuya convención de signos define el dominio seguro, la frontera y el dominio de falla:

$$g(X) > 0: \text{seguro}; \quad g(X) = 0: \text{frontera}; \quad g(X) < 0: \text{falla} \quad (1)$$

Si la falla se asocia a superar una respuesta límite r_{lim} , una forma típica es:

$$g(X) = r_{lim} - r(X) \quad (2)$$

donde $r(X)$ es la respuesta del sistema en la cantidad de interés r (por ejemplo, una deformación, una tensión, un desplazamiento, una frecuencia natural, etc.).

La probabilidad de falla queda definida como:

$$P_f = \mathbb{P}[g(X) \leq 0] \quad (3)$$

La probabilidad de falla cuantifica la probabilidad de que las variables aleatorias conduzcan al sistema al dominio no seguro.

Una forma directa de estimar esta probabilidad es mediante simulación Monte Carlo, generando N muestras independientes de X y evaluando la condición de falla en cada una de ellas:

$$\hat{P}_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbb{I}[g(x_i) \leq 0] \quad (4)$$

donde $\mathbb{I}[\cdot]$ es la función indicadora. La principal ventaja de MCS es su generalidad, ya que permite estimar la probabilidad de falla para problemas con comportamientos altamente no lineales o respuestas complejas sin requerir hipótesis adicionales sobre el comportamiento del sistema. Además, a medida que aumenta el número de simulaciones, la estimación obtenida converge al valor esperado de la probabilidad de falla, lo que convierte a MCS en una metodología de referencia para evaluar la precisión de otros enfoques aproximados. Sin embargo, su costo resulta elevado cuando la probabilidad de falla es pequeña o cuando cada evaluación requiere ejecutar un modelo estructural complejo.^{1,2,4}

2.2 Modelos subrogados y procesos gaussianos

2.2.1 Rol del subrogado en confiabilidad

Un modelo subrogado aproxima la relación entre las variables de entrada y una respuesta estructural de interés con un costo de evaluación mucho menor que el modelo original. Para construirlo se evalúa el modelo real en un conjunto limitado de puntos (puntos de entrenamiento) y, con esas observaciones, se ajusta un modelo

estadístico capaz de predecir la respuesta en nuevas realizaciones del vector aleatorio.^{3,5}

En problemas de confiabilidad, el objetivo del subrogado no necesariamente es reproducir con la misma precisión toda la respuesta estructural en el dominio de entrada. Lo prioritario no es reproducir con máxima precisión toda la respuesta estructural, sino clasificar correctamente las realizaciones respecto de la condición de falla (ver ecuación (5)), especialmente en la vecindad del estado límite y en las regiones que contribuyen de manera relevante a la probabilidad de falla. Esto es:

$$\mathbb{I}[g_s(x_i) \leq 0] \approx \mathbb{I}[g(x_i) \leq 0] \quad (5)$$

donde $g_s(x_i)$ representa la función de estado límite evaluada a partir de la respuesta predicha por el modelo subrogado. Esta observación justifica el uso de aprendizaje activo, donde las nuevas evaluaciones del modelo estructural se seleccionan secuencialmente con el objetivo de mejorar el subrogado en las zonas más informativas para la estimación de P_f .^{6,8}

2.2.2 Procesos gaussianos e inferencia bayesiana

Un proceso gaussiano (PG) es un modelo estadístico que, a partir de un conjunto de respuestas conocidas del modelo estructural, permite predecir la respuesta en nuevas combinaciones de variables de entrada. Además de proporcionar una predicción media, el PG permite cuantificar la incertidumbre asociada a cada predicción. Matemáticamente, esta capacidad surge porque un PG define una distribución de probabilidad sobre funciones.

Para una respuesta estructural $y(X)$, el modelo proporciona una predicción de la respuesta esperada y una estimación de la incertidumbre asociada a dicha predicción para cualquier combinación de variables de entrada X . Esta incertidumbre no representa la variabilidad física de la estructura, sino el grado de confianza del modelo en sus propias predicciones. En las regiones del espacio de variables cercanas a los puntos utilizados para entrenar el modelo, la incertidumbre suele ser baja. En cambio, en regiones alejadas de esos puntos, la incertidumbre aumenta debido a la menor información disponible.

Para unas variables de entrada X , el PG proporciona una distribución predictiva Normal para la respuesta estructural:

$$y(x^*) | \mathcal{D} \sim \mathcal{N}[\mu_y(x^*), \sigma_y^2(x^*)] \quad (6)$$

donde $\mathcal{D}$ representa el conjunto de simulaciones utilizadas para entrenar el modelo, $\mu_y(x^*)$ es la predicción media y $\sigma_y^2(x^*)$ cuantifica la incertidumbre asociada a dicha predicción. En general, la incertidumbre es menor en regiones cercanas a los puntos de entrenamiento y aumenta en zonas del espacio de variables donde la información disponible es escasa.

Matemáticamente, esta distribución predictiva se obtiene a partir de un proceso gaussiano (PG), definido como una distribución probabilística sobre funciones. Un PG queda completamente caracterizado por una función media $m(x)$ y una función de covarianza o *kernel* $k(x, x')$:⁷

Organiza:

$$y(x) \sim \text{PG}[m(x), k(x, x')] \quad (7)$$

La función media representa el valor esperado de la respuesta estructural, mientras que el *kernel* describe la correlación entre las respuestas correspondientes a distintos puntos del espacio de entrada. El kernel es una pieza central del PG: define la estructura de dependencia estadística entre los valores de la función en distintos puntos del espacio de entrada. En términos prácticos, su elección determina qué tipo de comportamiento se considera razonable para la función que se quiere aprender. Por este motivo, el kernel y sus parámetros influyen tanto en la predicción media del subrogado como en la incertidumbre asignada a regiones no observadas. En este trabajo se utiliza un kernel exponencial cuadrático con longitudes de correlación independientes por variable:

$$k(x, x') = \eta^2 \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{j=1}^d \frac{(x_j - x'_j)^2}{\ell_j^2} \right] \quad (8)$$

donde η^2 representa la varianza del proceso y ℓ_j es la longitud de correlación de la variable de entrada x_j .

Las longitudes de correlación controlan la rapidez con que la respuesta cambia respecto de cada variable de entrada. Valores pequeños de ℓ_j permiten representar variaciones rápidas de la respuesta, mientras que valores grandes producen funciones más suaves. En términos prácticos, estas longitudes determinan cuánto influye una simulación conocida sobre las predicciones realizadas en puntos cercanos del espacio de variables. Las longitudes de correlación no se conocen a priori y deben inferirse a partir de las simulaciones disponibles. En este trabajo, dicha estimación se realiza dentro de un marco bayesiano, en el cual estos parámetros se consideran variables aleatorias. De esta manera, además de estimar sus valores más probables, es posible incorporar explícitamente el grado de incertidumbre asociado a estos.

La información disponible antes de observar las simulaciones se incorpora mediante distribuciones previas (*priors*). Para las longitudes de correlación se adopta una distribución lognormal, ya que estos parámetros son estrictamente positivos y pueden variar en varios órdenes de magnitud. Sus hiperparámetros se obtienen a partir de un análisis de sensibilidad preliminar, en el que se identifica el rango de valores de ℓ_j que produce ajustes razonables del modelo.

Cuando el número de simulaciones disponibles es reducido, la información aportada por estas distribuciones previas puede influir de manera apreciable en el entrenamiento del proceso gaussiano. En consecuencia, una elección adecuada de las distribuciones previas contribuye a obtener predicciones más estables y estimaciones de incertidumbre más consistentes, lo que resulta especialmente importante en las primeras etapas del aprendizaje activo.

2.3 Aprendizaje activo para confiabilidad estructural

En un enfoque no adaptativo, todos los puntos donde se evalúa el modelo estructural se definen al comienzo del análisis. Es decir, se elige una cantidad fija de muestras,

se corre el MEF en todas ellas y luego se ajusta el subrogado con esa información. Este procedimiento es simple, pero puede desperdiciar evaluaciones en zonas que aportan poco a la estimación de la probabilidad de falla.

El aprendizaje activo introduce una lógica distinta. El proceso comienza con un conjunto inicial reducido de puntos, elegido mediante un criterio no adaptativo para cubrir razonablemente el espacio de variables. A partir de esas primeras evaluaciones se entrena un PG inicial. Luego, en lugar de agregar puntos al azar o según un diseño fijo, el método selecciona nuevas evaluaciones de manera secuencial, usando la predicción del subrogado ya entrenado.

De este modo, el método adaptativo combina una etapa inicial exploratoria con una etapa posterior de enriquecimiento dirigido. La primera provee información básica sobre el comportamiento global de la respuesta; la segunda concentra nuevas evaluaciones en regiones que, según la función de adquisición adoptada, se consideran más informativas para mejorar la clasificación entre seguridad y falla y, en consecuencia, la estimación de P_f .^{6,8}

La metodología adoptada se esquematiza en la Figura 1. Primero se genera un diseño experimental inicial en un espacio normal estándar y se evalúa el modelo de elementos finitos. Con esas respuestas se entrena un proceso gaussiano, que luego se utiliza para predecir la respuesta estructural sobre una muestra de Monte Carlo de gran tamaño. A partir de dichas predicciones se evalúa la función de estado límite y se estima la probabilidad de falla. Si el criterio de parada no se cumple, se selecciona un nuevo punto mediante una función de adquisición, se evalúa el modelo estructural y se actualiza el conjunto de entrenamiento.

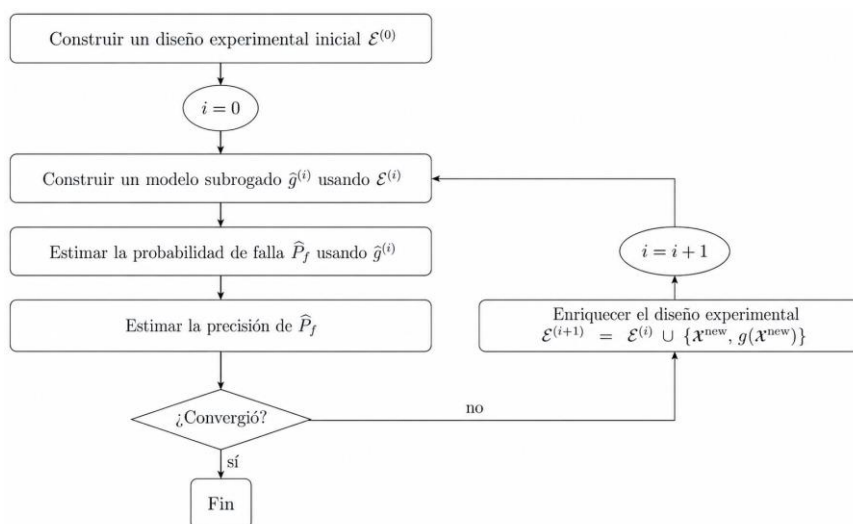


Figura 1. Esquema general del procedimiento adaptativo utilizado para estimar la probabilidad de falla

En este trabajo se utiliza una función de adquisición basada en la medida U :

$$U(x) = \frac{|\mu_g(x)|}{\sigma_g(x)} \quad (9)$$

donde $\mu_g(x)$ y $\sigma_g(x)$ son la media y la desviación estándar asociadas a la función de estado límite inducida por la predicción del PG. Valores bajos de $U(x)$ indican puntos cercanos a la frontera de falla predicha ($\mu_g(x) \approx 0$) o con alta incertidumbre de clasificación ($\mu_g(x) \ll \sigma_g(x)$). En cada iteración se selecciona, dentro de una población candidata, el punto que minimiza esta medida.

3. METODOLOGÍA PROPUESTA

La metodología implementada combina simulación Monte Carlo, modelos MEF, procesos gaussianos y aprendizaje activo. En lo que sigue, la combinación de simulación Monte Carlo sobre el subrogado PG se denomina PG-MCS. El procedimiento general aplicado en este trabajo puede resumirse en las siguientes etapas:

1. Definir las variables aleatorias del problema y sus distribuciones de probabilidad.
2. Definir la respuesta estructural de interés y la función de estado límite.
3. Generar un conjunto inicial de puntos de entrenamiento en el espacio normal estándar.
4. Transformar esos puntos al espacio físico y evaluar el modelo MEF.
5. Entrenar un PG con las respuestas obtenidas.
6. Evaluar una población Monte Carlo grande mediante el PG.
7. Calcular la probabilidad de falla estimada a partir de la respuesta predicha por el subrogado.
8. Si el criterio de parada no se cumple, seleccionar un nuevo punto mediante la función de adquisición.
9. Evaluar ese nuevo punto con el MEF, incorporarlo al conjunto de entrenamiento y repetir el ciclo.

En este trabajo, el PG no se entrena directamente para decir si una muestra falla o no falla. El PG se entrena para predecir una respuesta física del modelo, por ejemplo una frecuencia modal. Luego, con esa frecuencia predicha, se evalúa la función de estado límite. Esta separación conserva una interpretación estructural clara de la variable aproximada: el subrogado aprende la respuesta modal y la condición de falla se aplica después.

3.1 Diseño inicial, entrenamiento y estimación de P_f

El conjunto inicial de evaluaciones del modelo estructural se define mediante un diseño de experimentos generado en el espacio normal estándar. Para un problema de dimensión (d), se adopta un tamaño inicial:⁶

$$N_0 = 2d + 1 \quad (10)$$

En cada iteración del proceso adaptativo, la probabilidad de falla se estima sobre una población Monte Carlo de gran tamaño evaluada mediante el subrogado. La clasificación de cada muestra se realiza a partir de la media predictiva de la respuesta estructural y de la función de estado límite correspondiente. Si la estimación de P_f no satisface el criterio de estabilidad, se selecciona un nuevo punto mediante la función de adquisición $U(x)$, se evalúa el modelo de elementos finitos en dicho punto y se actualiza el entrenamiento del PG.

El criterio de parada exige que la variación relativa entre estimaciones sucesivas de $\hat{P}_f$ sea inferior al 2 % durante tres iteraciones consecutivas. Esta elección permite concentrar el control de convergencia en la magnitud principal del problema, es decir, la probabilidad de falla estimada.

Para la aplicación al modelo estructural se adoptó un PG con kernel exponencial cuadrático con determinación automática de relevancia (ARD, por sus siglas en inglés), es decir, con una longitud de correlación independiente para cada variable de entrada. Las longitudes de correlación se modelaron mediante distribuciones lognormal independientes, con mediana igual a 16 y dispersión igual a 0,5. Esta configuración fue seleccionada a partir de pruebas preliminares de ajuste y estabilidad, cuyo desarrollo detallado queda fuera del alcance del presente trabajo. La probabilidad de falla se estimó mediante una población de 10.000.000 de muestras Monte Carlo evaluadas sobre el subrogado.

4. CASOS DE APLICACIÓN

Esta sección presenta los casos utilizados para verificar la metodología propuesta y analizar su desempeño. Los resultados se interpretan como una verificación metodológica del acoplamiento entre simulación numérica, procesos gaussianos, aprendizaje activo y estimación de confiabilidad. En consecuencia, el umbral de falla adoptado para el puente debe entenderse como un criterio operativo de trabajo, no como una verificación normativa definitiva.

La verificación se organiza en dos etapas. Primero se analiza una función explícita bidimensional, con frontera de falla conocida, para comprobar el comportamiento del algoritmo en un problema controlado. Luego se aplica el procedimiento adaptativo al MEF del Puente Peatonal Dorrego, utilizando una simulación directa de referencia para contrastar las estimaciones obtenidas mediante el subrogado.

4.1 Ejemplo didáctico: función explícita

Como primer caso de verificación se adoptó una función explícita de dos variables independientes uniformemente distribuidas en el intervalo $[0,1]$. La función de respuesta se definió como:

$$y(x_1, x_2) = 10 \exp \left[- \frac{(x_1 - 0,25)^2 + (x_2 - 0,75)^2}{2 \cdot 0,05^2} \right] \quad (11)$$

La condición de falla se definió mediante un umbral sobre la respuesta:

$$g(x) = 9,9795 - y(x) \quad (12)$$

Por lo tanto, el dominio de falla corresponde a los puntos para los cuales $y(x) \geq 9,9795$. La elección de este umbral genera una región de falla extremadamente localizada alrededor del máximo de la función. De esta forma, aunque el problema tiene solamente dos variables, la detección de la frontera crítica resulta deliberadamente exigente.

La probabilidad de falla de este problema puede calcularse de manera exacta usando técnicas analíticas. El valor exacto es $P_f = 3,2234 \times 10^{-5}$. Este valor implica que, en una simulación Monte Carlo directa, se observarían en promedio sólo unas 32 fallas cada millón de evaluaciones. Por lo tanto, para obtener una estimación con una incertidumbre relativa del orden del 10%, serían necesarias aproximadamente $3,1 \times 10^6$ evaluaciones de la función verdadera. Esta magnitud permite dimensionar el costo de resolver el problema mediante Monte Carlo tradicional y sirve como referencia para interpretar la reducción de evaluaciones obtenida luego con el procedimiento PG-MCS.

Dada la baja dimensionalidad del ejemplo, se adoptó deliberadamente un diseño inicial de 12 puntos. A partir de ese conjunto, el PG fue actualizado en forma secuencial mediante una estrategia de adquisición orientada a la incertidumbre de clasificación cercana a la frontera. Como en este caso la probabilidad de falla exacta puede calcularse analíticamente, se utilizó como verificación adicional un criterio de parada basado en el error relativo respecto de dicha referencia. Esta condición no se adopta como criterio general del método, ya que en una aplicación estructural real la probabilidad de falla exacta no está disponible, sino que se utiliza aquí para comprobar el comportamiento del procedimiento en un caso controlado.

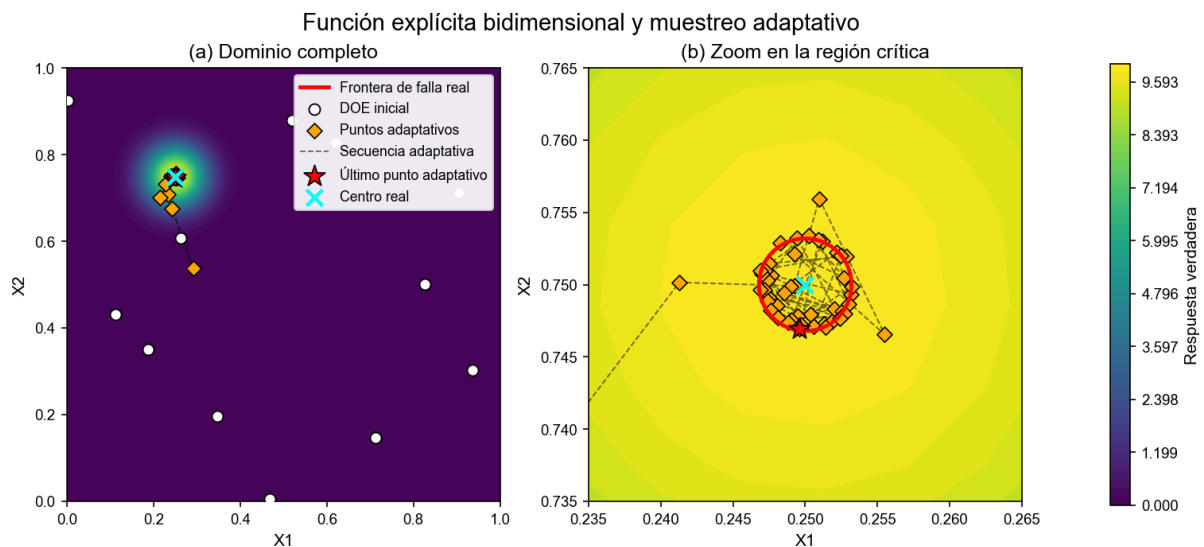


Figura 2. Función explícita bidimensional utilizada para verificar el procedimiento adaptativo. (a) Respuesta verdadera en el dominio completo y puntos evaluados durante el proceso adaptativo. (b) Vista ampliada de la región crítica, donde se observa la frontera de falla real.

A pesar de partir de un diseño inicial sin puntos en el dominio de falla, el procedimiento adaptativo desplazó progresivamente las nuevas evaluaciones hacia la vecindad del máximo. El punto crítico fue localizado cerca de (0,25; 0,75), donde la respuesta supera el umbral adoptado. Este comportamiento confirma que el procedimiento implementado logra orientar nuevas evaluaciones hacia regiones relevantes para la clasificación seguro/falla.

Con 64 evaluaciones de la función verdadera, el procedimiento PG-MCS obtuvo una estimación $\hat{P}_f = 3,2187 \times 10^{-5}$, con un error relativo de 0,15% respecto de la referencia exacta. A modo comparativo, para alcanzar mediante Monte Carlo directo una incertidumbre relativa del mismo orden, 0,15%, serían necesarias aproximadamente $1,38 \times 10^{10}$ evaluaciones. Esto evidencia que el procedimiento adaptativo permite aproximar una probabilidad de falla muy baja utilizando varios órdenes de magnitud menos evaluaciones de la función verdadera.

Característica	Valor
Número de variables	2
Distribución de entrada	Uniforme independiente en [0,1]
Evaluaciones iniciales	12
Evaluaciones totales	64
Muestras Monte Carlo sobre el subrogado	4.000.000
Probabilidad de falla de referencia	$3,2234 \times 10^{-5}$
Probabilidad de falla estimada por PG-MCS	$3,2187 \times 10^{-5}$
Error relativo respecto de la referencia exacta	0,15%

Tabla 1. Resumen del caso explícito bidimensional

4.2 Puente Peatonal Dorrego

4.2.1 Contexto y descripción

Este caso de estudio se centra en una estructura existente: el Puente Peatonal Dorrego ubicado sobre la Av. Dorrego en su intersección con la Av. Figueroa Alcorta en la Ciudad de Buenos Aires. Se trata de un puente atirantado de aproximadamente 150 m de longitud y 3 m de ancho, con un tablero formado por una estructura metálica con base de hormigón, que se sostiene de dos torres metálicas de 17 m de altura. El sistema de suspensión consiste en cinco líneas de tirantes por torre. Los puentes peatonales, en particular las estructuras suspendidas o atirantadas, pueden presentar inconvenientes durante el servicio debido a su flexibilidad característica y a la acción dinámica de los peatones. Por ello, distintas guías de diseño de puentes peatonales establecen ciertos criterios de diseño preventivos definidos principalmente a través de rangos de frecuencia a evitar en los modos naturales de la estructura.

Tomando como referencia la guía técnica Sétra/AFGC para el análisis dinámico de pasarelas peatonales⁹, se adoptó como rango crítico principal el intervalo 1,8 Hz – 2,1 Hz. Este intervalo se encuentra dentro del rango de mayor riesgo indicado por la guía para vibraciones verticales y longitudinales, y resulta compatible con las frecuencias medias de caminata reportadas para cargas peatonales.

En una primera formulación se consideraron los modos 1 y 2, y se estableció como criterio de falla operativo cuando al menos una de las frecuencias modales consideradas se encuentra dentro del intervalo crítico.

4.2.2 Caracterización del modelo estructural y definición del problema probabilístico

La caracterización de las frecuencias naturales del puente requiere resolver, para cada realización del vector de variables aleatorias, un análisis estructural completo. En primer lugar, se actualizan las propiedades mecánicas y geométricas del modelo y la pretensión de los cables de acuerdo con los valores de la realización. A continuación, se resuelve un análisis estático no lineal que incorpora la pretensión de los cables y los efectos geométricos de segundo orden (P-Delta), obteniéndose el estado de equilibrio y la matriz de rigidez tangente correspondiente. Finalmente, sobre ese estado se realiza un análisis modal para determinar las frecuencias naturales de la estructura. Esta secuencia de análisis debe repetirse para cada realización de las variables aleatorias, lo que convierte a la evaluación directa mediante simulación Monte Carlo en un procedimiento computacionalmente muy costoso y motiva el empleo de modelos subrogados.

La aplicación estructural se realizó sobre un modelo de elementos finitos del Puente Peatonal Dorrego implementado en SAP2000. El modelo representa los principales componentes resistentes de la estructura, incluyendo la torre, el tablero y el sistema de cables. Para cada realización del vector de variables aleatorias se actualizaron las propiedades estructurales y los factores asociados a la pretensión de los cables, tras lo cual se resuelve el correspondiente análisis modal.

Las frecuencias naturales se obtuvieron mediante un análisis modal realizado sobre el estado estructural resultante de un caso estático que representa las cargas permanentes y la pretensión de los cables. Este caso incorpora no linealidad geométrica de tipo P-Delta, mediante la cual se consideran los efectos adicionales producidos por las fuerzas axiales actuando sobre la configuración desplazada de la estructura. De este modo, las frecuencias modales se calculan a partir del estado de rigidez y esfuerzos resultante del caso estático, incorporando explícitamente la influencia de la pretensión de los cables y de los efectos de segundo orden.

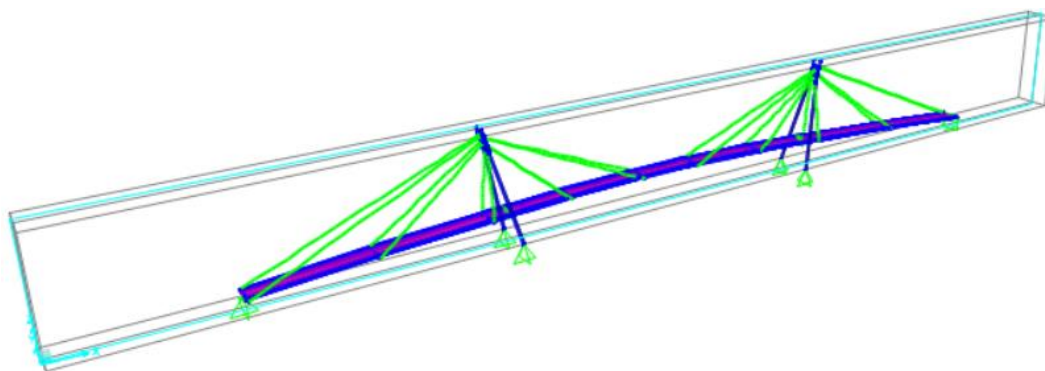


Figura 3. Modelo de elementos finitos del Puente Peatonal Dorrego implementado en SAP2000. Se identifican los principales componentes estructurales considerados en el análisis: torre, tablero y sistema de cables.

Para representar la incertidumbre del problema se consideraron 16 variables aleatorias asociadas a la pretensión de los cables y a las propiedades mecánicas y geométricas de los principales componentes estructurales. Estas variables incluyen

cinco factores aplicados a los patrones de carga utilizados para representar la pretensión de los cables, propiedades mecánicas y geométricas de la torre y del tablero, y propiedades mecánicas, geométricas y de peso propio de los cables. En esta etapa se asumió independencia estadística entre las variables.

Las variables asociadas a los factores de calibración de cables se modelaron mediante distribuciones normales, con coeficiente de variación del 10%. Las variables estrictamente positivas, como módulos elásticos, pesos específicos, áreas e inercias, se modelaron mediante distribuciones gamma definidas a partir de su media y coeficiente de variación. Para los módulos elásticos se adoptó un coeficiente de variación del 10%, mientras que para pesos específicos, áreas e inercias se adoptó un coeficiente de variación del 5%.

Variable	Grupo	Descripción	Distribución	Valor base	CoV	Unidad
C1	Cables	Factor de escala asociado al patrón C1	Normal	-1,1228	10%	-
C2	Cables	Factor de escala asociado al patrón C2	Normal	0,7513	10%	-
C3	Cables	Factor de escala asociado al patrón C3	Normal	-0,0545	10%	-
C4	Cables	Factor de escala asociado al patrón C4	Normal	-0,2070	10%	-
C5	Cables	Factor de escala asociado al patrón C5	Normal	-0,3503	10%	-
TORRE_E	Torre	Módulo elástico	Gamma	200,0000	10%	GPa
TORRE_WpV	Torre	Peso específico	Gamma	77,3000	5%	kN/m³
TORRE_A	Torre	Área de sección	Gamma	0,014878	5%	m²
TORRE_I33	Torre	Momento de inercia principal	Gamma	$4,6231 \times 10^{-4}$	5%	m⁴
TABLERO_E	Tablero	Módulo elástico	Gamma	25,7430	10%	GPa
TABLERO_WpV	Tablero	Peso específico	Gamma	25,0000	5%	kN/m³
TABLERO_A	Tablero	Área de sección	Gamma	0,650573	5%	m²
TABLERO_I33	Tablero	Momento de inercia principal	Gamma	$2,7615 \times 10^{-2}$	5%	m⁴
CABLE_E	Cables	Módulo elástico	Gamma	196,5006	10%	GPa
CABLE_WpV	Cables	Peso específico	Gamma	78,5000	5%	kN/m³
CABLE_A	Cables	Área de sección	Gamma	$6,4900 \times 10^{-4}$	5%	m²

Tabla 2. Variables aleatorias consideradas en el modelo estructural

Con el fin de disponer de una solución de referencia para evaluar el desempeño del procedimiento PG-MCS, se realizaron 20.000 simulaciones directas del modelo estructural. Para cada realización del vector aleatorio se actualizaron las propiedades del modelo MEF en SAP2000, se ejecutó el análisis modal y se almacenaron las frecuencias naturales obtenidas. Esta población de referencia se utiliza posteriormente tanto para estimar la probabilidad de falla mediante simulación directa como para evaluar la precisión de las predicciones del modelo subrogado.

La estimación obtenida mediante estas 20.000 simulaciones no se interpreta como la probabilidad de falla exacta del sistema, sino como una referencia numérica independiente para contrastar el comportamiento del modelo subrogado. Aun con 20.000 evaluaciones MEF, la estimación conserva error muestral y depende de la función de falla adoptada.

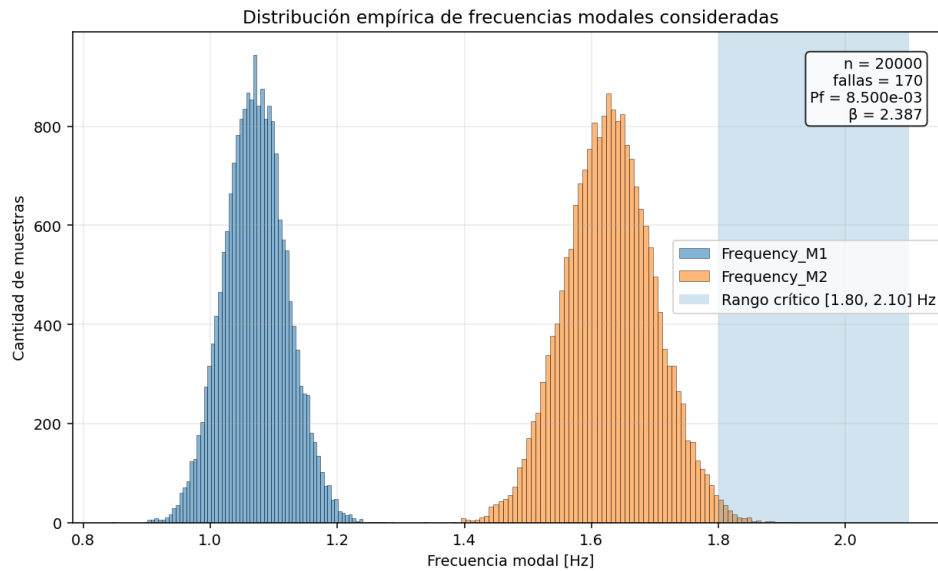


Figura 4. Distribución empírica de las frecuencias modales consideradas a partir de 20.000 simulaciones MEF directas. El intervalo sombreado indica el rango crítico principal adoptado entre 1,8 Hz y 2,1 Hz.

El análisis de la población de referencia permitió simplificar la formulación del problema de confiabilidad. En las 20.000 simulaciones realizadas, la frecuencia correspondiente al primer modo nunca ingresa al intervalo crítico considerado, por lo que no participa en la definición de la condición de falla. Todas las realizaciones que incumplen el criterio de serviciabilidad están asociadas exclusivamente al segundo modo de vibración. Además, el valor máximo observado de f_2 permanece por debajo del límite superior de 2,1 Hz, por lo que la clasificación queda determinada por la superación del límite inferior de 1,8 Hz.

En consecuencia, el procedimiento PG-MCS se desarrolla considerando como única respuesta estructural la frecuencia del segundo modo, $f_2(X)$, y la función de estado límite se expresa como:

$$g(X) = 1,8 \text{ Hz} - f_2(X) \quad (13)$$

Característica	Valor
Número de evaluaciones MEF	20.000
Probabilidad de falla de referencia	$8,5 \times 10^{-3}$
Cantidad de fallas observadas	170
Frecuencia media del modo 1	1,07 Hz
Frecuencia media del modo 2	1,63 Hz

Tabla 3. Resumen de MCS directa de referencia

4.2.3 Resultados

A partir del problema estructural definido en la sección anterior, se aplicó el procedimiento PG-MCS al modelo completo de 16 variables aleatorias. Se utilizó la configuración indicada en la Sección 3, con un diseño inicial de 33 evaluaciones MEF y una etapa posterior de enriquecimiento adaptativo. El desempeño del procedimiento se analizó tanto en términos de la capacidad del proceso gaussiano para reproducir

la respuesta estructural como de la precisión y el costo computacional de la estimación de la probabilidad de falla.

Para evaluar la capacidad predictiva del subrogado, el PG final se utilizó para estimar la frecuencia del segundo modo sobre las 20.000 realizaciones de la población de referencia. Estas predicciones se compararon con las frecuencias calculadas directamente mediante SAP2000 para las mismas combinaciones de variables.

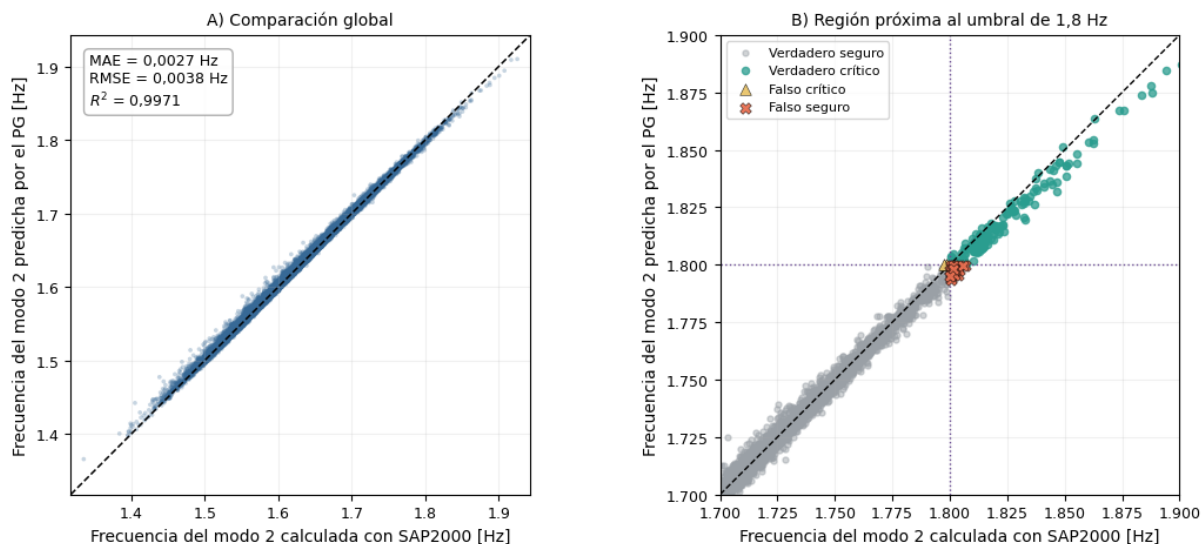


Figura 5. Comparación entre la frecuencia del segundo modo calculada mediante SAP2000 y la predicha por el proceso gaussiano sobre las 20.000 realizaciones de la población de referencia. (a) Comparación global y línea de identidad. (b) Ampliación en la región próxima al umbral de 1,8 Hz y clasificación de las realizaciones respecto del criterio de serviciabilidad.

En la comparación global (ver Figura 5, izquierda), las predicciones se concentran alrededor de la línea de identidad y presentan un error absoluto medio de 0,0027 Hz, un error cuadrático medio de 0,0038 Hz y un coeficiente de determinación $R^2 = 0,9971$. Estos resultados muestran que el PG reproduce con elevada precisión la relación entre las variables aleatorias y la frecuencia modal calculada por el modelo MEF dentro de la población analizada.

La ampliación alrededor de 1,8 Hz (ver Figura 5, derecha) permite analizar el comportamiento del subrogado en la región que controla la probabilidad de falla. La mayor parte de las realizaciones conserva la misma clasificación mediante ambos modelos. Las diferencias se concentran en un entorno reducido alrededor del umbral, donde variaciones pequeñas en la frecuencia predicha pueden ubicar una realización a uno u otro lado de la función de estado límite. En esta región se distinguen los falsos críticos, clasificados como fallados por el PG pero seguros según SAP2000, y los falsos seguros, clasificados como seguros por el PG pero fallados según SAP2000. En total, se identificaron únicamente dos falsos críticos y veintidós falsos seguros. Estas discrepancias se concentraron en una franja estrecha alrededor del umbral de

1,8 Hz, donde pequeñas diferencias en la predicción de f_2 pueden modificar la clasificación de una realización.

Además de comparar la respuesta modal punto a punto, se analizó la evolución de la probabilidad de falla estimada durante el enriquecimiento adaptativo. La Figura 6 muestra el valor de $\hat{P}_f$ obtenido luego del diseño inicial y de cada nueva evaluación incorporada al conjunto de entrenamiento.

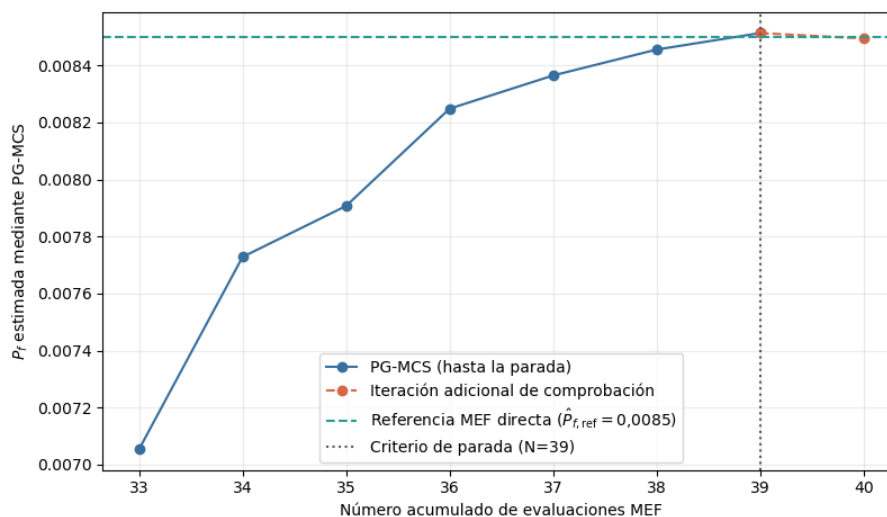


Figura 6. Evolución de la probabilidad de falla estimada mediante PG-MCS, incluyendo una iteración adicional de comprobación posterior al cumplimiento del criterio de parada.

La Figura 6 muestra la evolución de la probabilidad de falla estimada durante la etapa adaptativa. El criterio de parada se alcanzó con $N = 39$ evaluaciones del modelo estructural, para las cuales se obtuvo $\hat{P}_f = 8,513 \times 10^{-3}$. Frente a la estimación de referencia $\hat{P}_{f,ref} = 8,5 \times 10^{-3}$, la diferencia relativa fue de 0,16%. Con el propósito de comprobar la estabilidad de la solución, se realizó una iteración adicional posterior a la parada. Para $N = 40$, la estimación permaneció muy próxima a la referencia numérica, sin modificar las conclusiones obtenidas.

Esta proximidad debe interpretarse respecto de la referencia numérica adoptada, que conserva su propio error muestral y no representa la probabilidad exacta del sistema. En conjunto, los resultados muestran que el enriquecimiento adaptativo logró concentrar las nuevas evaluaciones en las regiones más informativas del espacio de variables, permitiendo estabilizar la estimación de la probabilidad de falla con un número reducido de evaluaciones estructurales.

Característica	Valor
Diseño inicial	33 evaluaciones MEF
Evaluaciones adaptativas adicionales	6
Evaluaciones MEF totales	39
P_f estimada por PG-MCS	$8,513 \times 10^{-3}$
P_f estimada de referencia MEF directa	$8,500 \times 10^{-3}$
Error relativo respecto de la referencia	0,16%

Tabla 4. Resumen del procedimiento PG-MCS aplicado al modelo estructural

La comparación con la simulación MEF directa permite cuantificar la reducción del costo computacional obtenida mediante el procedimiento adaptativo. Para ello se consideran dos métricas complementarias: la cantidad de evaluaciones directas del modelo estructural y el tiempo total medido de ejecución. La primera indica cuántas veces fue necesario resolver el modelo MEF, mientras que la segunda incorpora también el costo propio del procedimiento PG-MCS, incluyendo el entrenamiento del PG, la predicción sobre la población Monte Carlo, la selección adaptativa de nuevos puntos y la comunicación con SAP2000.

Característica	MCS	PG-MCS adaptativo
Evaluaciones MEF	20.000	39
P_f	$8,5 \times 10^{-3}$	$8,513 \times 10^{-3}$
Error relativo respecto de la referencia	—	0,16%
Tiempo total medido	17 h	11,36 min
Factor de aceleración estimado	—	90 veces
Reducción del tiempo total	—	99%

Tabla 5. Comparación entre simulación MEF directa y PG-MCS adaptativo

Para el caso analizado, el procedimiento PG-MCS permitió obtener una estimación de la probabilidad de falla próxima a la referencia, utilizando 39 evaluaciones directas del modelo estructural en lugar de 20.000. Esto es una reducción de 500 veces en la cantidad de simulaciones necesarias del modelo MEF. En términos de tiempo total medido, la duración se redujo de aproximadamente 17 h a 11,36 min, lo que representa un factor de aceleración cercano a 90 veces.

En conjunto, los resultados muestran que el procedimiento PG-MCS reproduce adecuadamente la respuesta estructural y proporciona estimaciones precisas de la probabilidad de falla utilizando sólo una fracción de las evaluaciones directas requeridas por la simulación Monte Carlo convencional. Para el caso estudiado, esto se traduce en una reducción cercana a dos órdenes de magnitud del tiempo de cómputo, manteniendo una estimación de la probabilidad de falla próxima a la referencia numérica.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se implementó y evaluó una metodología de análisis de confiabilidad basada en procesos gaussianos (PG), simulación Monte Carlo (MCS) y aprendizaje activo, con el objetivo de reducir el costo computacional asociado a la estimación de probabilidades de falla en problemas estructurales cuya evaluación requiere la resolución repetida de modelos de elementos finitos (MEF). Como caso de aplicación, la metodología se implementó sobre un modelo MEF del Puente Peatonal Dorrego, considerando como respuesta estructural la frecuencia natural del segundo modo de vibración, asociada a un criterio operativo de serviciabilidad frente a vibraciones inducidas por peatones.

La verificación inicial mediante una función explícita bidimensional permitió comprobar el correcto funcionamiento del procedimiento adaptativo en un problema controlado. Aun partiendo de un diseño inicial sin muestras en el dominio de falla, el enriquecimiento adaptativo incorporó nuevas evaluaciones en las regiones más relevantes para la estimación de la probabilidad de falla, reproduciendo con elevada

precisión la solución de referencia utilizando un número reducido de evaluaciones de la función original.

En la aplicación estructural, el análisis de una población de referencia obtenida mediante simulación directa permitió identificar que, para el caso estudiado, la condición de falla queda gobernada por la frecuencia del segundo modo de vibración y por el límite inferior del rango crítico considerado. Sobre esta base, el modelo subrogado se entrenó para aproximar únicamente dicha respuesta estructural. La comparación con las 20.000 simulaciones de referencia mostró que el PG reproduce adecuadamente la frecuencia modal calculada mediante SAP2000, mientras que las diferencias de clasificación se concentraron en una región muy estrecha alrededor del estado límite, donde pequeñas variaciones de la frecuencia modifican la condición de seguridad o falla.

El procedimiento PG-MCS requirió un diseño inicial de 33 evaluaciones del modelo MEF e incorporó únicamente seis evaluaciones adicionales durante el aprendizaje activo. Con un total de 39 análisis estructurales fue posible obtener una estimación de la probabilidad de falla con una diferencia relativa del 0,16% respecto de la referencia numérica obtenida mediante 20.000 simulaciones directas. En términos de costo computacional, la cantidad de simulaciones del modelo original necesarias se redujo alrededor de 500 veces, mientras que el tiempo total de ejecución se redujo de aproximadamente 17 h a 11,36 min, lo que representa un factor de aceleración cercano a 90 veces.

En conjunto, los resultados obtenidos muestran que la combinación de procesos gaussianos y aprendizaje activo constituye una herramienta eficaz para reducir la cantidad de evaluaciones requeridas de modelos de elementos finitos en problemas de confiabilidad estructural, manteniendo una estimación de la probabilidad de falla próxima a la referencia considerada. Para el caso de estudio analizado, el modelo subrogado permitió reemplazar la mayor parte de las ejecuciones repetidas del modelo SAP2000, concentrando las evaluaciones directas en las regiones del espacio de variables que aportan mayor información para la estimación de la probabilidad de falla.

Debe señalarse que el modelo subrogado no reemplaza al modelo MEF como herramienta general de análisis estructural, sino que aproxima una respuesta específica dentro del dominio para el cual fue entrenado. Asimismo, la referencia obtenida mediante 20.000 simulaciones MEF constituye una estimación numérica independiente que conserva error muestral y no representa la probabilidad de falla exacta del sistema. Del mismo modo, el límite de 1,8 Hz se utilizó como un criterio operativo para verificar la metodología propuesta y no pretende sustituir una evaluación normativa completa del comportamiento dinámico del puente.

Si bien en este trabajo la metodología se aplicó a la estimación de una probabilidad de falla, el enfoque resulta extensible a otros problemas que requieran la evaluación repetida de modelos numéricos de alto costo computacional, tales como análisis de incertidumbre, estudios paramétricos, calibración de modelos o evaluación de diferentes condiciones estructurales. Como trabajo futuro, resulta de interés analizar el desempeño del procedimiento sobre otras respuestas estructurales, como aceleraciones, desplazamientos o esfuerzos, así como en modelos estructurales de mayor complejidad y con un mayor número de variables aleatorias.

REFERENCIAS

1. Melchers, R. E. & Beck, A. T. *Structural Reliability Analysis and Prediction*. (Wiley, Hoboken, NJ, 2018).
2. Ditlevsen, O. & Madsen, H. O. *Structural Reliability Methods*. (Wiley, Chichester ; New York, 1996).
3. Alizadeh, R., Allen, J. K. & Mistree, F. Managing computational complexity using surrogate models: a critical review. *Res. Eng. Des.* **31**, 275–298 (2020).
4. Morio, J., Balesdent, M., Jacquemart, D. & Vergé, C. A survey of rare event simulation methods for static input–output models. *Simul. Model. Pract. Theory* **49**, 287–304 (2014).
5. Samadian, D., Muhit, I. B. & Dawood, N. Application of Data-Driven Surrogate Models in Structural Engineering: A Literature Review. *Arch. Comput. Methods Eng.* **32**, 735–784 (2025).
6. Moustapha, M., Marelli, S. & Sudret, B. Active learning for structural reliability: Survey, general framework and benchmark. *Struct. Saf.* **96**, 102174 (2022).
7. Rasmussen, C. E. & Williams, C. K. I. *Gaussian Processes for Machine Learning*. (MIT Press, Cambridge, Mass., 2008).
8. Echard, B., Gayton, N. & Lemaire, M. AK-MCS: An active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo Simulation. *Struct. Saf.* **33**, 145–154 (2011).
9. *Footbridges: Assessment of Vibrational Behaviour of Footbridges under Pedestrian Loading*. (2006).