

CALIBRACIÓN DE MODELO NUMÉRICO DE VIGA PREFABRICADA DE HORMIGÓN CON REGISTRO DE VIBRACIONES

Lucero, Germán^a; Möller, Oscar^a; Ascheri, Juan Pablo^a

^a*Instituto de Mecánica Aplicada y Estructuras (IMAE), FCEIA, Universidad Nacional de Rosario, email: lucero@fceia.unr.edu.ar*

Palabras clave: gemelo digital, medición de vibraciones, identificación de sistemas

RESUMEN

La identificación de las propiedades dinámicas como las frecuencias naturales, las relaciones de amortiguamiento y los vectores de formas modal de un sistema estructural es importante para el monitoreo de la salud estructural y la detección de daños. Se construye un modelo numérico de elementos finitos con parámetros que se calibran a partir de la identificación obtenida de mediciones experimentales de vibraciones. Los parámetros del modelo se optimizan mediante la minimización de las diferencias entre las propiedades dinámicas identificadas experimentalmente con las del modelo numérico. En este trabajo se presenta la calibración de un modelo para vigas prefabricadas de 16m de luz pertenecientes a un edificio existente en el Centro Universitario de Rosario.

ABSTRACT

The identification of dynamic properties, such as natural frequencies, damping ratios, and modal shape vectors, is important for Structural Health Monitoring and damage detection. A finite element numerical model is developed with parameters calibrated through the identification of experimental vibration measurements. The model parameters are optimized by minimizing the differences between the experimentally identified dynamic properties and those obtained by the numerical model. This paper presents the model calibration for 16m-span precast beams from an existing building at the Rosario University Center.

INTRODUCCIÓN

El Monitoreo de la Salud Estructural (SHM) y el desarrollo de modelos numéricos se han convertido en enfoques importantes para la evaluación de la integridad de infraestructuras civiles. Estas metodologías se basan en mediciones de vibraciones que permiten extraer las propiedades dinámicas del sistema, modos y frecuencias naturales (Peeters 2000 [1], Brincker et al. 2001 [2], Brownjohn 2002 [3]), las cuales sirven como referencia para calibrar los parámetros del modelo numérico.

Contar con un modelo representativo es el paso que permite, en etapas futuras, la implementación de marcos probabilísticos para la identificación automatizada y evaluación del daño estructural. Además, este enfoque integra simulaciones numéricas con mediciones de campo y datos en tiempo real para crear una representación dinámica y continuamente actualizada de la estructura. Estudios recientes (Jirawattanasomkul et al. 2025 [4]) demuestran que el desarrollo de un gemelo digital validado experimentalmente establece una base confiable para la detección local de daños y el mantenimiento predictivo. En esta línea, Modesti et al. 2025 [5] identifican la ubicación y grado relativo del daño calculando un índice basado en la curvatura modal, el cual se deriva de la matriz de flexibilidad modal de la estructura.

Jaishi et al. 2005 [6] desarrolla un enfoque determinista cuyo objetivo es la obtención de un conjunto de parámetros óptimos, mediante una función multiobjetivo que integra frecuencias naturales, formas modales y flexibilidad modal. Wagner et al. 2025 [7] optimizan un modelo a escala de laboratorio calibrando propiedades mecánicas y condiciones de borde, concretamente, ubicación y rigidez rotacional de los apoyos, minimizando una función objetivo asociado a las frecuencias naturales. Según Talasila et al. 2025 [8], la calibración continua del modelo mediante la integración de datos en tiempo real, permite evaluar la integridad estructural. Al tener el modelo calibrado con el estado real de la estructura, es posible realizar verificaciones de estados límite, predecir la respuesta ante escenarios de daño específicos y cuantificar la capacidad portante bajo condiciones de servicio estocásticas.

Este trabajo presenta la metodología de calibración de un modelo de elementos finitos de una viga prefabricada de 16 m de luz con sección transversal relevada según Figura 1 y Figura 2. La validación de los resultados se lleva a cabo mediante la comparación estadística de las frecuencias naturales (promedios y desvíos estándar) y la correlación de las formas modales con el índice de Criterio de Aseguramiento Modal (MAC), entre la identificación experimental y la respuesta del modelo numérico.

MEDICIONES EXPERIMENTALES

La viga prefabricada pertenece a un entrepiso ubicado en el centro universitario de Rosario. Se evalúan las propiedades dinámicas a través de la excitación del sistema por medio de una carga de impacto, utilizando una masa metálica de 4 kg en caída libre desde 0.5 m de altura, como se muestra en la Figura 4. Los impactos se distanciaron temporalmente evitar la superposición de señales, asegurando una correcta identificación modal, ver Figura 5. Se definen los ejes X, Y, Z como longitudinal, transversal y vertical de la viga respectivamente.

La respuesta de aceleración en el tiempo (direcciones X, Y, Z) se captura mediante tres acelerómetros con tecnología local dispuestos sobre una malla de 44 nodos, Figura 3. Estos puntos se ubican sobre cuatro ejes longitudinales: hacia el este (azul continuo y trazo) y hacia el oeste (rojo continuo y trazo). Para permitir el posterior ensamblaje de las formas modales locales hacia la forma modal global, se fijan cuatro nodos de referencia: 10, 21, 22 y 35. Se definen 88 grados de libertad (GDL) experimentales: los GDL 1 a 44 corresponden a la respuesta en la dirección vertical Z de los 44 nodos, mientras que los GDL 45 a 88 representan la respuesta en la dirección horizontal transversal Y de esos mismos nodos. No se consideraron los registros de aceleración longitudinal X para identificar las formas modales.

El relevamiento se organiza en 23 configuraciones de medición (setups), detalladas en la Tabla 1. El procedimiento consiste en:

- Mantener al menos un sensor en un nodo de referencia mientras los demás actúan como móviles (ej. Setup 1: ref. 10 y móviles 1, 2; Setup 2: ref. 10 y móviles 3, 4).
- Registrar 10 impactos por cada configuración.
- Iniciar el procesamiento de las señales 0.1 segundos después de cada impacto, asumiendo este instante como el comienzo de la vibración libre.
- La sincronización y calibración del instrumental se puede ver en Lucero et al. 2024 [9].

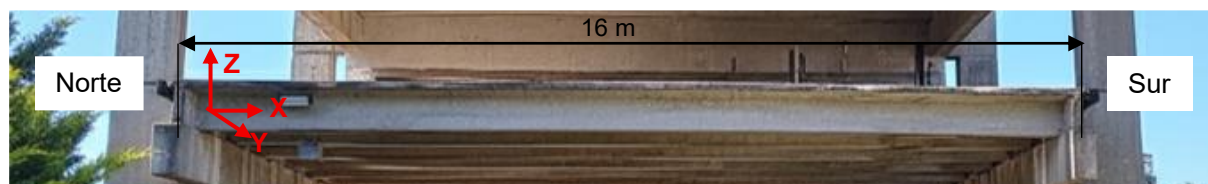


Figura 1. Vista lateral

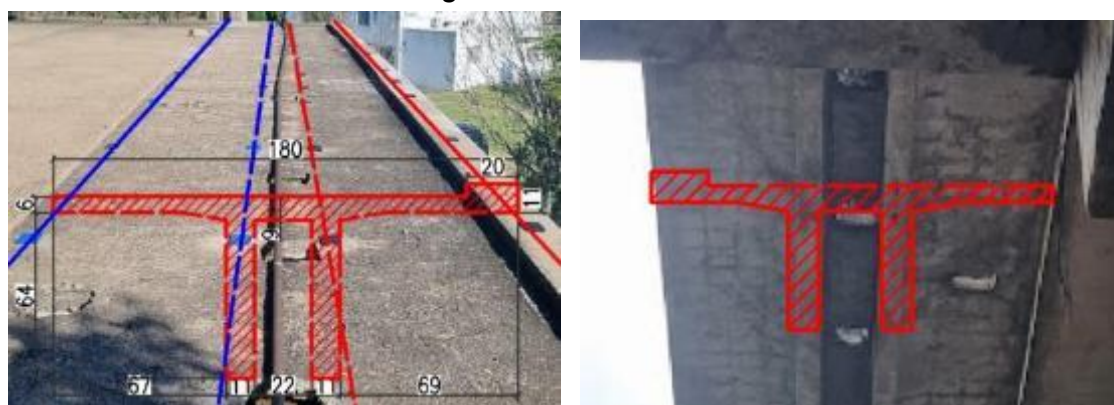


Figura 2. Vista superior e inferior – Ejes de medición

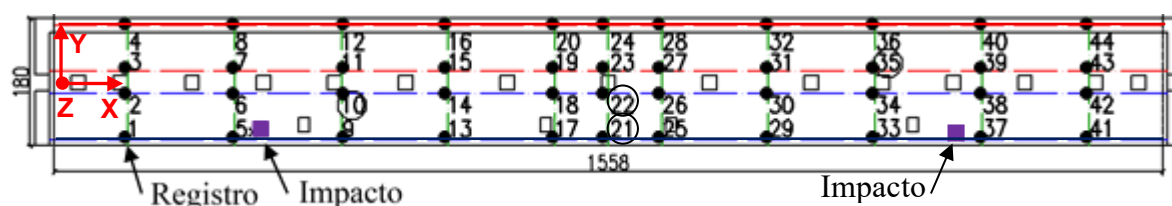


Figura 3. Vista en planta – Nodos – Ejes de medición

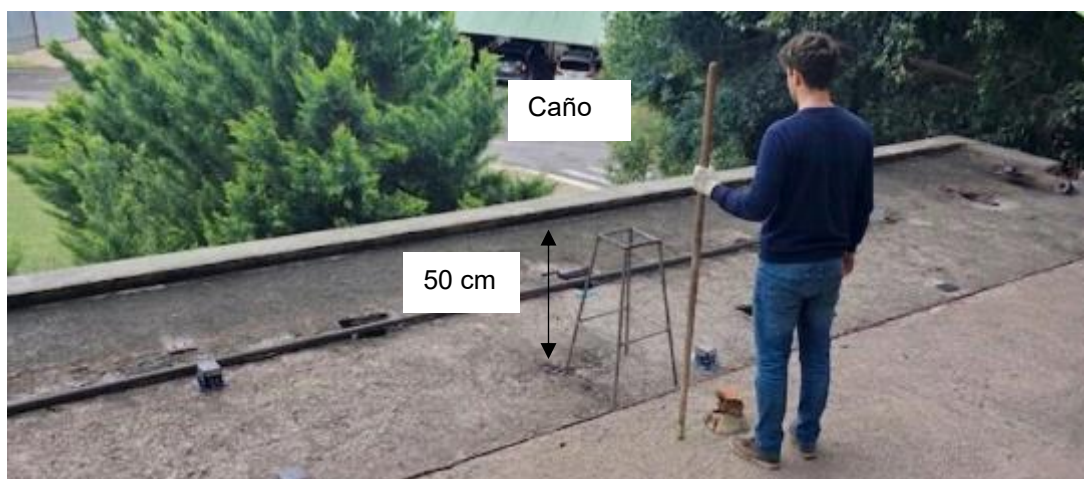


Figura 4. Impacto sobre viga

Setup	Acel 1	Acel 2	Acel 3
1	10	1	2
2	10	4	3
3	10	5	6
4	10	8	7
5	10	9	7
6	10	12	11
7	10	13	14
8	10	16	15

Setup	Acel 1	Acel 2	Acel 3
9	10	17	18
10	10	20	19
11	10	21	22
12	35	21	22
13	35	24	23
14	35	25	26
15	35	28	27
16	35	29	30

Setup	Acel 1	Acel 2	Acel 3
17	35	32	31
18	35	33	34
19	35	36	34
20	35	37	38
21	35	40	39
22	35	41	42
23	35	44	43

Tabla 1. Setups

En la Figura 5, se presenta un registro temporal característico de las aceleraciones obtenidas en los tres nodos del setup 1 (nodos 10, 1 y 2, color gris, azul y rojo respectivamente, en dirección Z), en respuesta a 10 excitaciones dinámicas. La figura incluye, además, el detalle ampliado de un fragmento representativo

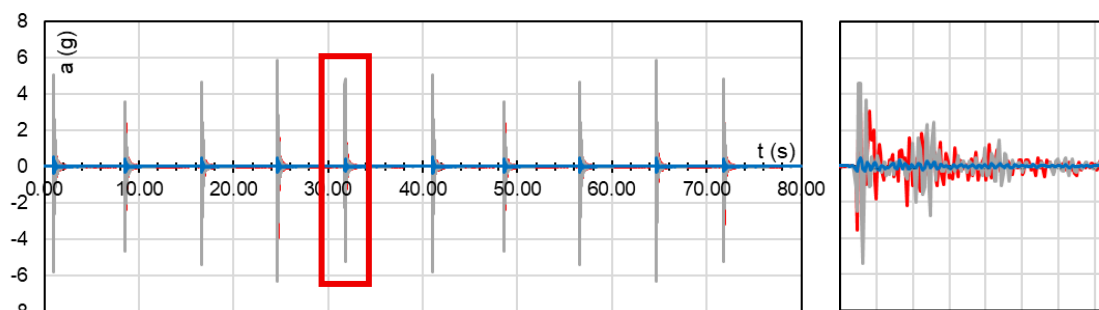


Figura 5. Registro típico y ampliación de un impacto en 3 nodos en dirección Z

Para sistematizar el análisis de estas aceleraciones y garantizar una adecuada comparación, los registros se organizan en conjuntos de datos siguiendo dos criterios.

El primer enfoque agrupa los registros según el orden del impacto; es decir, se forman diez conjuntos donde cada uno reúne las aceleraciones producidas por un mismo número del golpe a lo largo de todas las configuraciones evaluadas.

El segundo criterio consiste en combinar aleatoriamente las excitaciones dinámicas. Bajo este esquema, se construyen cincuenta nuevos conjuntos de datos en los cuales, a cada configuración, se le asigna aleatoriamente el registro de uno de los diez impactos aplicados.

El procesamiento de estas señales organizadas permite identificar las propiedades dinámicas del sistema estructural. Por un lado, se determinan las frecuencias naturales y las relaciones de amortiguamiento. Al procesar las tres aceleraciones (ejes X, Y, Z) correspondientes a los 10 impactos de una misma configuración, se obtienen 30 valores de frecuencia y amortiguamiento. Al considerar las 23 configuraciones de medición disponibles, el resultado es de 690 valores identificados por cada modo de vibración ($30 \times 23 = 690$), lo cual constituye una muestra estadísticamente significativa.

Por otro lado, para la obtención de las formas modales, se extraen inicialmente las componentes modales locales, en direcciones Y, Z, en la ubicación de los tres nodos instrumentados para cada impacto y configuración de medición. Posteriormente, se lleva a cabo un procedimiento de ensamblaje de estas componentes locales para determinar las formas modales globales de la estructura. Para el ensamblaje se utiliza el método de mínimos cuadrados (Peeters 2000 [1]). Este proceso se realiza utilizando la totalidad de los 60 conjuntos de datos conformados previamente (los 10 secuenciales y los 50 aleatorios).

IDENTIFICACIÓN DE LOS PARÁMETROS DINÁMICOS

Se utiliza el método de descomposición en el dominio de la frecuencia, *Enhanced Frequency Domain Decomposition* (EFDD) (Brincker, R. 2001 [2]; Brincker, R. et al. 2015 [10]). Las frecuencias naturales, las relaciones de amortiguamiento y las formas modales se obtienen a partir de la descomposición en valores singulares de la matriz de densidad espectral $\mathbf{G}_{yy}$. El primer vector singular se asocia a la forma modal dominante, la frecuencia amortiguada a partir del pico de la función del primer valor singular, y el amortiguamiento se estima mediante la transformada inversa de Fourier de la función del valor singular asociada.

$$\mathbf{G}_{yy}(\omega) = \mathbf{U}(\omega) \mathbf{S}(\omega) \mathbf{U}^H(\omega) \quad (1)$$

La factorización $\mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{U}^H$ se describe como una descomposición en valores singulares, donde $\mathbf{U}(\omega)$ es una matriz que contiene los vectores singulares función de la frecuencia y $\mathbf{S}(\omega)$ es una matriz diagonal que contiene los valores singulares también función de la frecuencia. El superíndice H indica hermitiana, igual al complejo conjugado y transpuesto.

Frecuencias naturales y relaciones de amortiguamiento

En Figura 6 se muestra el espectro de valores singulares obtenido a partir de los 23 setups del primer impacto de las aceleraciones asociadas al eje vertical Z. Se evidencia una marcada caída de energía en las componentes singulares asociadas a los modos 7 y 8, lo que sugiere una energía insuficiente en dicha banda de frecuencias. En consecuencia, la estimación de los parámetros modales para esos modos, puede presentar una mayor incertidumbre.

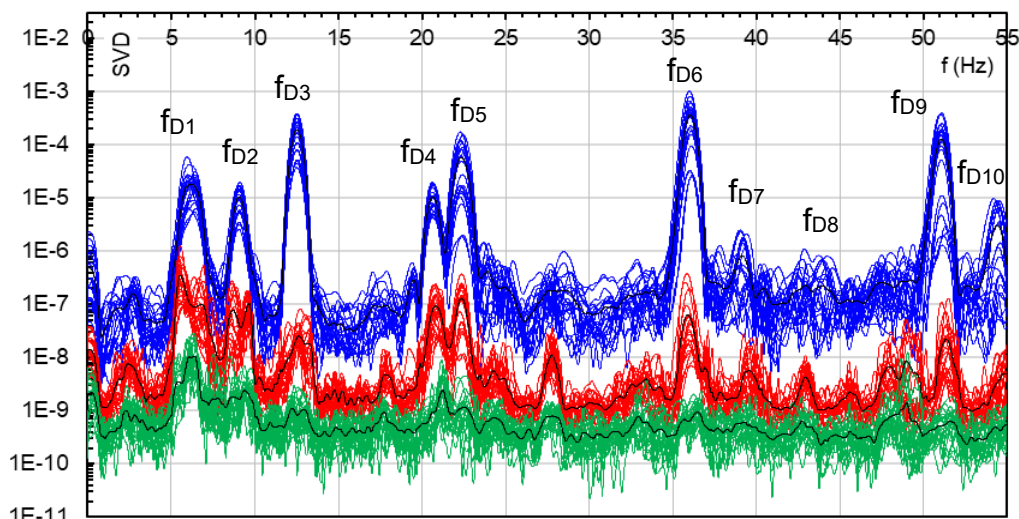


Figura 6. Espectros de valores singulares

En Figura 7 se muestran los promedios (valores medios) y desvíos estándar de las 690 frecuencias naturales no amortiguadas y relaciones de amortiguamiento calculadas con el método EFDD.

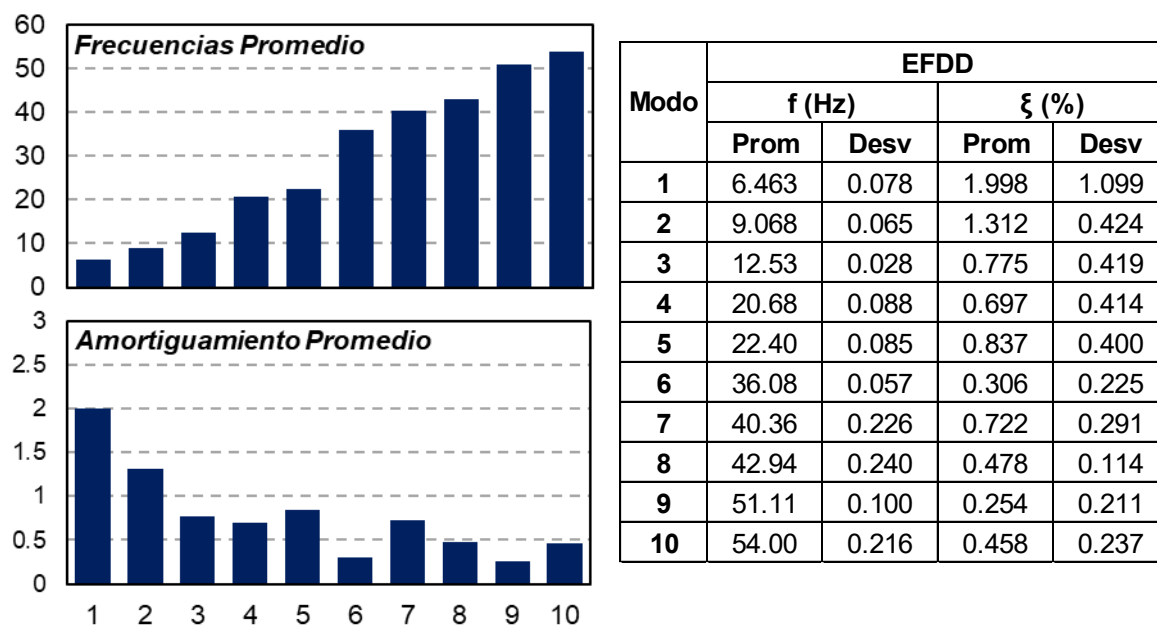


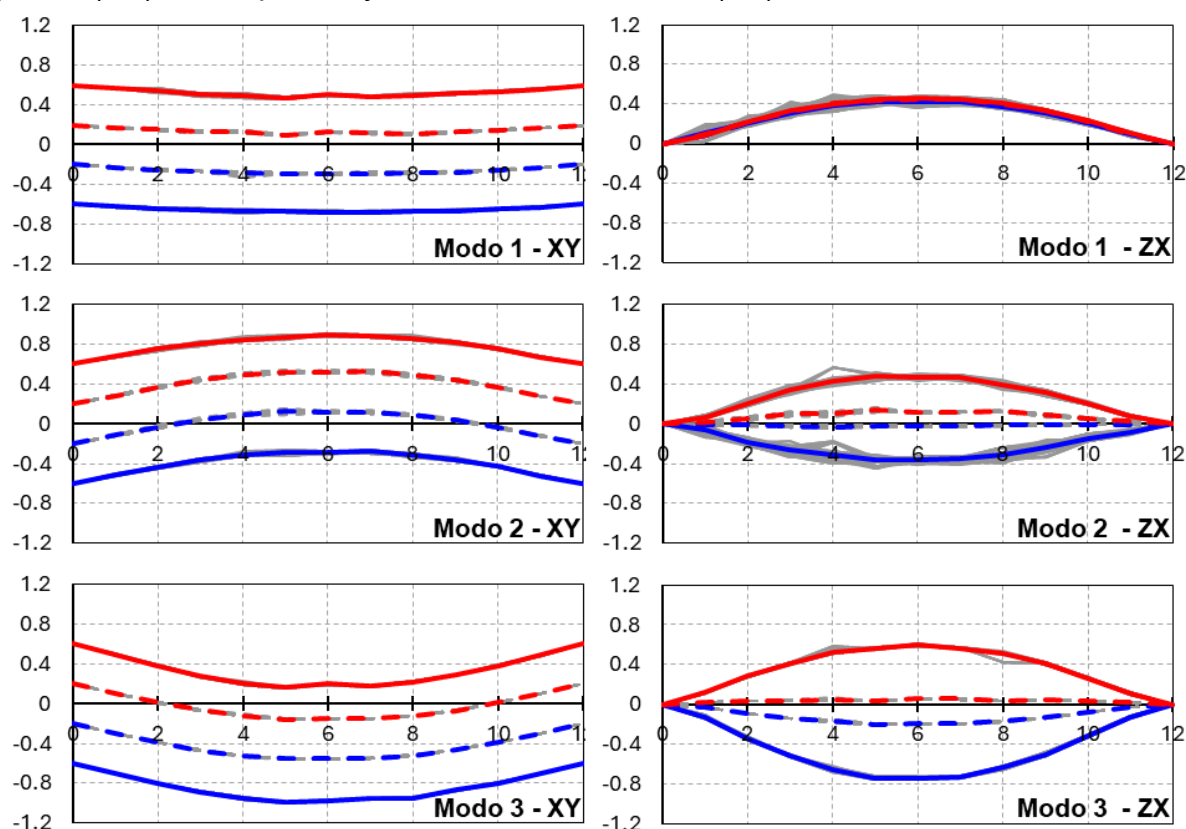
Figura 7. Frecuencias naturales y relaciones de amortiguamiento promedio

Los desvíos de las frecuencias muestran valores más altos en los modos 7, 8 y 10 (en menor medida, en el modo 9) en comparación con los primeros modos. Esta variabilidad evidencia una limitación del algoritmo de búsqueda de picos, ante la ausencia de una frecuencia dominante clara en el espectro, el algoritmo tiene dificultades para aislar el polo físico y tiende a converger hacia valores espurios o promedios numéricos. La identificación de estos modos presenta mayor incertidumbre, lo que confirma que el impacto no logró excitar de manera efectiva los componentes dinámicos de esos modos.

Además, el método presenta limitaciones para estimar el amortiguamiento. Su dependencia de la selección del pico espectral y su posterior transformación inversa introduce un error sistemático asociado a la resolución y al ancho de banda. Ante picos mal definidos, la función de correlación decae abruptamente, llevando al algoritmo a subestimar el amortiguamiento real, fenómeno claramente observable en la fuerte caída calculada en modos superiores. Si bien el desvío del amortiguamiento tiende a disminuir en estos últimos modos, esta aparente reducción puede no ser representativa ni confiable, justamente debido a las deficiencias para su correcta determinación.

Formas modales

Se obtienen en total 60 formas modales: las 10 primeras derivadas de los impactos secuenciales y los 50 restantes a partir de las combinaciones aleatorias. Posterior al ensamblaje, las formas modales se normalizan mediante la matriz de masa condensada de un modelo numérico. En Figura 8 se muestran en color gris las 60 formas modales experimentales correspondientes a los 6 primeros modos. Además, en color azul y rojo (en concordancia con la Figura 2 y Figura 3) el promedio de las 60 formas modales asociadas a cada nodo. Para cada caso, se incluye una vista en planta (XY) a la izquierda y una vista en elevación (ZX) a la derecha.



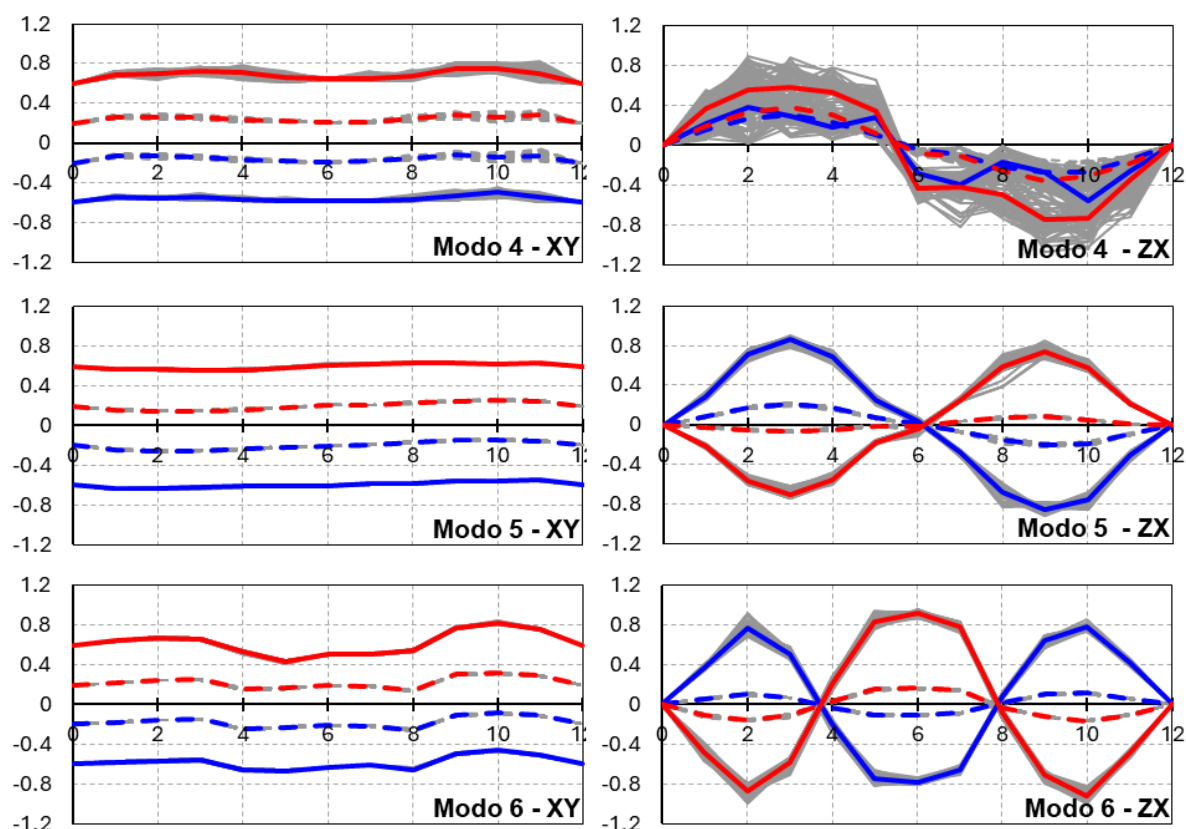


Figura 8. 60 formas modales experimentales

Se representan en perspectiva en Figura 9 y Figura 10 algunos modos de una identificación genérica.

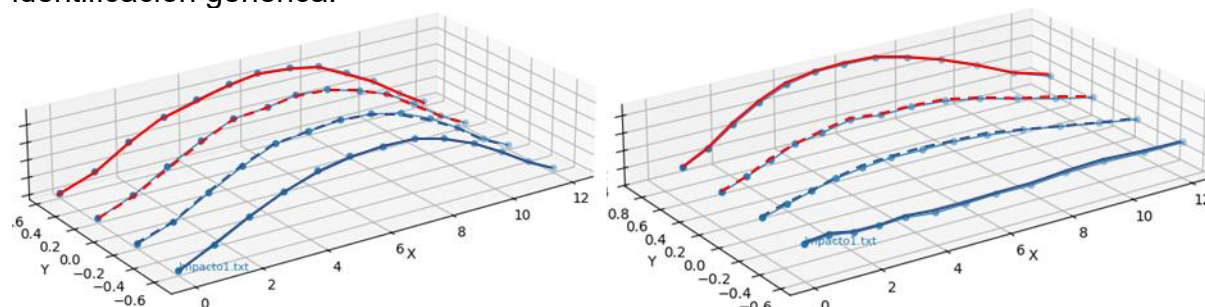


Figura 9. Modos 1 y 2

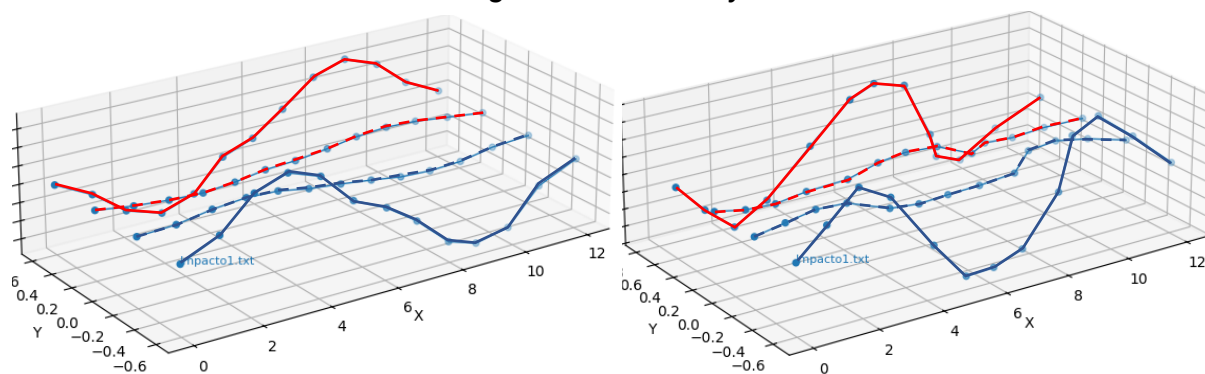


Figura 10. Modos 5 y 6

Desde un punto de vista cualitativo, los primeros modos de vibración muestran una dispersión reducida, excepto el modo 4 donde la identificación en los bordes de la viga no fue satisfactoria. Los modos 7 y 8, que no se muestran en la Figura 8, presentan una variabilidad significativa entre las muestras procesadas, fenómeno que guarda una correlación directa con el espectro de valores singulares.

Por lo general, la estimación de las formas modales es precisa en aquellos modos asociados a niveles de energía marcados (picos espectrales bien definidos). En los modos con una menor participación dinámica, la resolución tiende a disminuir. Esto sucede cuando el modo se localiza en regiones del espectro con baja densidad de energía, indicando que no ha sido suficientemente excitado, o cuando existe un marcado acoplamiento modal debido a la proximidad entre frecuencias naturales.

MODELO NUMÉRICO

Se elabora un modelo de elementos finitos, Figura 11, con las secciones relevadas para ser utilizado en la validación de la identificación comparando las frecuencias naturales y formas modales. El modelo numérico fue generado con 1452 elementos finitos de cáscara plana, 1592 nodos, resultando 9519 grados de libertad.

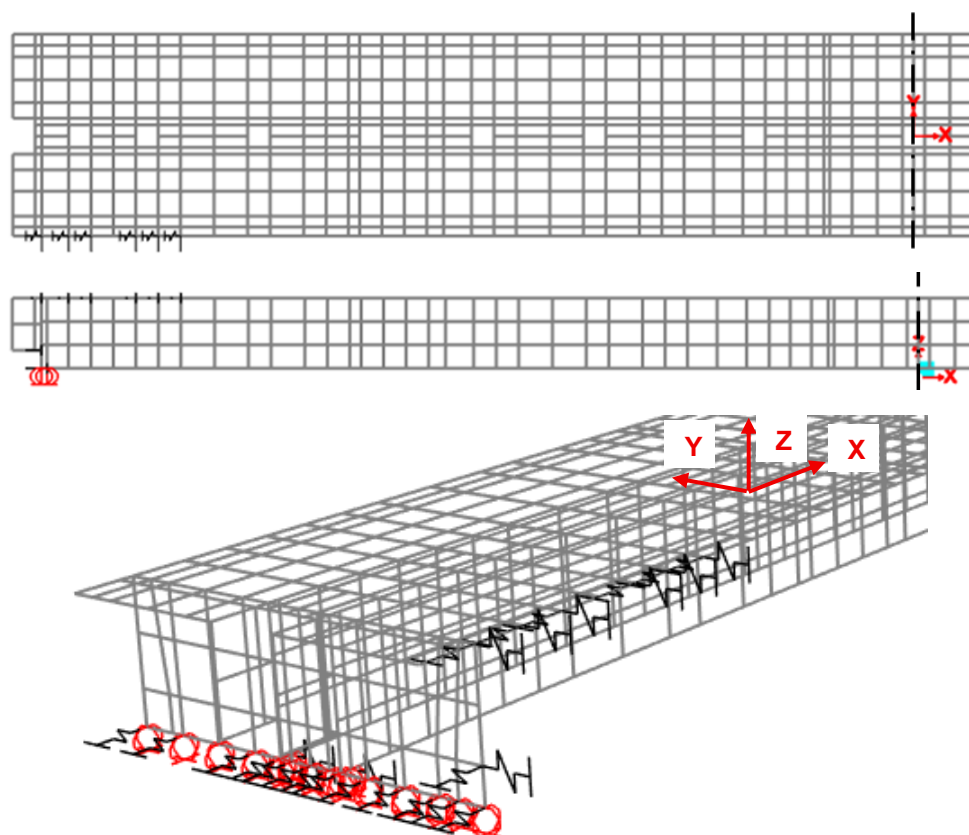


Figura 11. Modelo de elementos finitos con SAP2000

La caracterización del comportamiento estructural se ha sistematizado mediante la definición de un vector de 15 parámetros independientes que luego serán optimizados para minimizar la diferencia entre la respuesta del modelo y el comportamiento medido.

Clasificación de los parámetros del modelo

Se definen tres tipos de parámetros, que se muestran en la Figura 12.

- Parámetros geométricos: Espesores y alturas (c_1 , e_1 , e_2 , e_3 , h , d). Estos determinan principalmente los momentos de inercia de la sección transversal.
- Parámetros mecánicos: Los módulos de elasticidad de viga y losa (E_b , E_s) y el peso específico (pp) que ajustan la rigidez y masa del sistema.
- Parámetros que simulan las condiciones de contorno (Vinculaciones): Se incluyen resortes lineales (k_1 a k_6) lo que permite modelar la flexibilidad real de los apoyos, evitando la idealización de las restricciones de vínculo (empotramientos o apoyos simples) que suelen sobre o sub estimar los períodos naturales de la estructura.

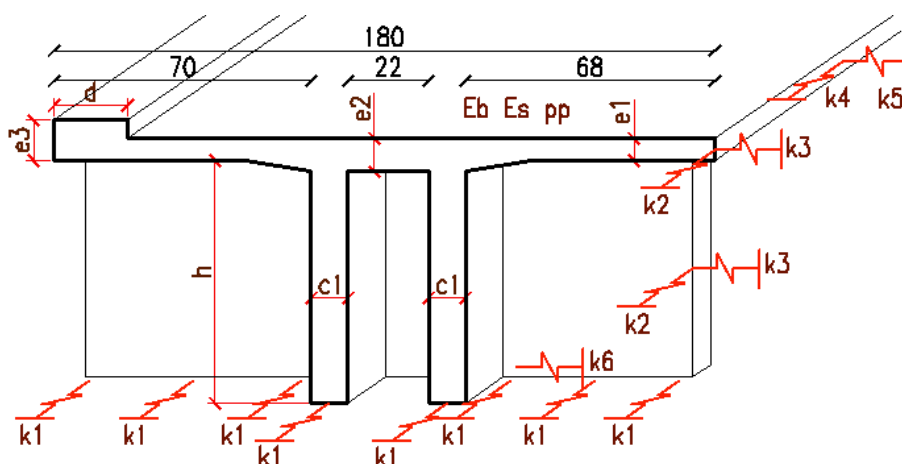


Figura 12. Esquema de ubicación de los parámetros

Combinaciones aleatorias de valores de los parámetros

Para el proceso de optimización, es necesario tener evaluadas las frecuencias naturales y sus formas modales para diferentes combinaciones de los parámetros del modelo, pero dentro de un espacio de parámetros físicamente posible y no sesgado.

En la Tabla 2 se presentan los “valores iniciales” con magnitudes aproximadas y valores estimados, y también se indican los límites inferior y superior de los 15 parámetros geométricos, mecánicos y de condiciones de borde del modelo numérico.

Estos límites, dentro de los cuales se va a realizar la optimización, que además deben tener significado físico, se adoptaron $\pm 15\%$ para los parámetros geométricos, $\pm 20\%$ para los parámetros mecánicos, y $\pm 25\%$ para los parámetros que dependen de las condiciones de borde, todos con respecto a sus valores iniciales.

Dentro de esos límites, con la técnica de diseño de experimentos, se generan 536 combinaciones aleatorias de los parámetros. Esa cantidad permite un máximo de 25 neuronas en la capa intermedia de las redes neuronales con las que se van a aproximar las frecuencias como función de los parámetros, que es suficiente para lograr una buena representación explícita.

Para cada combinación se evalúan los valores propios del modelo, y se obtienen las formas modales y sus respectivas frecuencias.

Con el fin de garantizar la coherencia física entre el modelo numérico y la estructura

real, se implementa un criterio de correspondencia modal basado en la forma del modo y no exclusivamente en el orden de magnitud de las frecuencias naturales. Dado que la secuencia numérica puede ser distinta a la experimental debido a variaciones en la rigidez o masa de cada vector de parámetros, las respuestas numéricas se clasifican y vinculan según su la forma modal experimental. Este procedimiento de intercambio asegura que la comparación de parámetros se realice entre modos que representan el mismo fenómeno dinámico.

Nº	Parámetro	Unidad	Inicial	Inferior	Superior
1	c : espesor de nervios	(cm)	11.0	9.35	12.65
2	e1 : espesor de losa lateral	(cm)	6.8	5.78	7.82
3	e2 : espesor losa central	(cm)	8.8	7.48	10.12
4	e3 : espesor del cordón	(cm)	13.0	11.05	14.95
5	d : ancho del cordón	(cm)	20.0	17.00	23.00
6	h : altura viga	(cm)	64.0	57.60	70.40
7	Eb : módulo elástico de vigas	(Mpa)	41800	33440	50160
8	Es : módulo elástico de losas	(Mpa)	30500	24400	36600
9	Peso específico	(kN/m ³)	22.70	19.30	26.11
10	Resorte K1	(kN/m)	30000	22500	37500
11	Resorte K2	(kN/m)	35000	26250	43750
12	Resorte K3	(kN/m)	300000	225000	375000
13	Resorte K4	(kN/m)	600	450	750
14	Resorte K5	(kN/m)	300	225	375
15	Resorte K6	(kN/m)	38000	28500	47500

Tabla 2. Definición de parámetros, valores iniciales y límites

Por otro lado, el análisis numérico identifica un modo de vibración longitudinal que no fue considerado de la medición experimental por sus muy bajos valores registrados, posiblemente por el tipo de excitación dinámica. Dicho modo no es considerado en el procesamiento para mantener la integridad de la comparación.

Aproximación de las frecuencias del modelo por redes neuronales

Para cada una de las 536 combinaciones de los 15 parámetros, se calculan las 10 primeras frecuencias naturales de vibración. Los resultados discretos de cada frecuencia se aproximan con la función continua de una red neuronal multicapa, con arquitectura de una sola capa intermedia y un solo resultado en la capa de salida. La expresión matemática de la función continua es

$$F(\mathbf{X}) = h \left(\sum_{j=1}^J W_{kj} h \left(\sum_{i=1}^N W_{ji} X_i + W_{j0} \right) + W_{k0} \right), \quad h(t) = \frac{1}{1 + \exp(-t)} \quad (2)$$

Donde $h(t)$ es la función sigmoide y los factores de peso W_{kj} , W_{ji} de la red se optimizan con la técnica de retro-propagación de errores.

Base de datos de las formas modales para interpolación local

Para cada una de las 536 combinaciones aleatorias del conjunto de parámetros del modelo se obtuvieron las 10 primeras formas modales. Los parámetros se ordenan en $\mathbf{P}(k, l)$, $k = 1, 536$; $l = 1, 15$, y las formas modales en $\Phi(i, j, k)$, $i = 1, 88$; $j = 1, 10$; $k = 1, 536$. En cada paso del proceso de optimización de los parámetros, se genera aleatoriamente un vector de parámetros $\mathbf{p}_n(l_n)$. Las formas modales para esa combinación de parámetros se interpolan entre las dos más cercanas de la base de datos de Φ .

OPTIMIZACIÓN

Función objetivo a minimizar

Para evaluar en qué medida un conjunto de parámetros $\mathbf{p}$ del modelo numérico predice un comportamiento de la estructura que se aproxime a los resultados experimentales, es necesario definir una función objetivo Π que refleje la diferencia entre los resultados del modelo numérico y el comportamiento real.

En función de las frecuencias naturales se define

$$\Pi_1(\mathbf{p}(x)) = \sum_{i=1}^m w_i \left(\frac{f_{ie} - f_{in}(x)}{f_{ie}} \right)^2 \quad (3)$$

Donde f_{ie} son las frecuencias naturales no amortiguadas identificadas de las mediciones experimentales, $f_{in}(x)$ son las frecuencias calculadas con el modelo numérico con parámetros $\mathbf{p}(x)$, w_i son factores de peso que ponderan la calidad de las frecuencias identificadas, y m es la cantidad de modos considerados.

En función de la aproximación de las formas modales, a través del índice MAC , una alternativa es

$$\Pi_2(\mathbf{p}(x)) = \sum_{i=1}^m w_i g(MAC_i) \quad \text{con} \quad g(MAC_i) = \frac{(1 - \sqrt{MAC_i})^2}{MAC_i} \quad (4)$$

El índice MAC proporciona una medida de la correlación entre la forma modal numérica y la experimental. Es una magnitud escalar que se calcula con

$$MAC_i = \frac{(\boldsymbol{\varphi}_{in}^T \boldsymbol{\varphi}_{ie})^2}{(\boldsymbol{\varphi}_{in}^T \boldsymbol{\varphi}_{in})(\boldsymbol{\varphi}_{ie}^T \boldsymbol{\varphi}_{ie})} \quad (5)$$

Luego, la función objetivo completa es su combinación, con las restricciones que la suma de todos los factores de peso w resulte igual a 1.00.

$$\Pi(\mathbf{p}(x)) = \Pi_1(\mathbf{p}(x)) + \Pi_2(\mathbf{p}(x)) \quad (6)$$

Resultados - Estadística de los parámetros óptimos

Para cada uno de los 60 conjuntos de frecuencias y formas modales identificadas de las mediciones experimentales, se utiliza un algoritmo de optimización de búsqueda aleatoria sin cálculo de gradientes, minimizando la función objetivo (6).

El algoritmo se aplica comenzando desde 3 puntos iniciales diferentes $\mathbf{p}(x_0)$, para

reducir un posible sesgo en la solución óptima $\mathbf{p}(\mathbf{x}_{opt})$ debido al propio algoritmo y posibles mínimos locales. Además, diferentes combinaciones de valores de los 15 parámetros pueden conducir a valores mínimos muy similares de la función objetivo.

Un punto inicial es el conjunto de parámetros “Inicial”, otro cercano a los valores mínimos y el tercero cercano a los valores máximos de los parámetros según la Tabla 2. Así se obtiene una muestra de 180 combinaciones de parámetros óptimos, 60 identificaciones de mediciones experimentales con 3 puntos iniciales.

Se presenta en la Tabla 3 los valores medios y coeficientes de variación de los 15 parámetros óptimos y del valor mínimo de la función objetivo. La Tabla 4 contiene la matriz de coeficientes de correlación entre los 15 parámetros óptimos.

N°	Parámetro	Unidad	Valores medios	Coefficientes de variación
1	c : espesor de nervios	(cm)	10.45	0.0178
2	e1 : espesor de losa lateral	(cm)	7.05	0.0652
3	e2 : espesor losa central	(cm)	8.98	0.0382
4	e3 : espesor del cordón	(cm)	13.02	0.0702
5	d : ancho del cordón	(cm)	20.58	0.0771
6	h : altura viga	(cm)	59.84	0.0219
7	Eb : módulo elástico de vigas	(Mpa)	46179	0.0626
8	Es : módulo elástico de losas	(Mpa)	31118	0.0950
9	Peso específico	(kN/m ³)	22.82	0.0857
10	Resorte K1	(kN/m)	25642	0.1213
11	Resorte K2	(kN/m)	36326	0.1450
12	Resorte K3	(kN/m)	306822	0.1538
13	Resorte K4	(kN/m)	590	0.1468
14	Resorte K5	(kN/m)	301	0.1494
15	Resorte K6	(kN/m)	38395	0.1519
FOBJ Mínimo			1.807E-04	0.1297

Tabla 3. Valores medios y coeficientes de variación de los parámetros óptimos

Matriz de coeficientes de correlación de los parámetros óptimos														
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
c	e1	e2	e3	d	h	Eb	Es	pp	k1	k2	k3	k4	k5	k6
1	0.3735	-0.1860	0.2227	0.2914	0.5155	0.1442	0.2490	0.3988	0.2122	0.3512	0.3293	0.1838	0.2757	0.3149
0.3735	1	-0.0019	0.1563	0.1933	0.2996	0.4883	0.1175	0.3020	0.0438	0.3964	0.2617	0.3347	0.3795	0.2166
-0.1860	-0.0019	1	-0.0967	0.0446	0.1732	-0.2538	0.0406	0.0261	0.0284	0.0993	0.0818	0.3554	-0.0170	-0.0066
0.2227	0.1563	-0.0967	1	0.6116	0.7670	0.3044	0.4739	0.6405	0.5040	0.6361	0.6771	0.4050	0.6263	0.6729
0.2914	0.1933	0.0446	0.6116	1	0.6461	0.4086	0.4744	0.6399	0.4604	0.7210	0.7379	0.4533	0.5909	0.7588
0.5155	0.2996	0.1732	0.7670	0.6461	1	0.2112	0.6324	0.7617	0.4975	0.6258	0.7487	0.5822	0.5922	0.7023
0.1442	0.4883	-0.2538	0.3044	0.4086	0.2112	1	0.4624	0.6666	0.2219	0.6231	0.4487	0.2978	0.6205	0.4543
0.2490	0.1175	0.0406	0.4739	0.4744	0.6324	0.4624	1	0.9124	0.4287	0.5056	0.5539	0.4463	0.5362	0.5506
0.3988	0.3020	0.0261	0.6405	0.6399	0.7617	0.6666	0.9124	1	0.5118	0.7377	0.7306	0.5668	0.7260	0.7151
0.2122	0.0438	0.0284	0.5040	0.4604	0.4975	0.2219	0.4287	0.5118	1	0.3434	0.5237	0.4538	0.4520	0.4998
0.3512	0.3964	0.0993	0.6361	0.7210	0.6258	0.6231	0.5056	0.7377	0.3434	1	0.7256	0.5251	0.6960	0.7331
0.3293	0.2617	0.0818	0.6771	0.7379	0.7487	0.4487	0.5539	0.7306	0.5237	0.7256	1	0.5965	0.6356	0.8290
0.1838	0.3347	0.3554	0.4050	0.4533	0.5822	0.2978	0.4463	0.5668	0.4538	0.5251	0.5965	1	0.5608	0.4912
0.2757	0.3795	-0.0170	0.6263	0.5909	0.5922	0.6205	0.5362	0.7260	0.4520	0.6960	0.6356	0.5608	1	0.5814
0.3149	0.2166	-0.0066	0.6729	0.7588	0.7023	0.4543	0.5506	0.7151	0.4998	0.7331	0.8290	0.4912	0.5814	1

Tabla 4. Coeficientes de correlación de los parámetros óptimos

Organiza:

VERIFICACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO (GEMELO DIGITAL)

A partir de los estadísticos descriptivos se genera aleatoriamente una muestra de 50 conjuntos de parámetros. Para cada conjunto, se obtienen las 10 primeras frecuencias y formas modales con el modelo numérico. De cada forma modal se extraen las 88 componentes que fueron identificadas en las mediciones experimentales y se normalizan con la matriz de masa condensada en esas componentes.

Estos 50 conjuntos de parámetros se utilizan para validar la capacidad del modelo de replicar la variabilidad en las frecuencias y formas modales observadas en los ensayos experimentales, incluyendo: Incertidumbres en la energía entregada en cada impacto, en las mediciones por la sensibilidad de los sensores (acelerómetros); Incertidumbres en el proceso de identificación, donde hay aproximaciones y simplificaciones propias del método EFDD, y por la cantidad limitada de sensores y de puntos de medición. Además, existen incertidumbres del propio modelo numérico debido al tipo de elementos finitos utilizado, idealización de las relaciones constitutivas, y en las condiciones de borde.

Verificación de las frecuencias

En la Tabla 5 se presentan los valores medios y coeficientes de variación de las frecuencias identificadas y las obtenidas con el modelo calibrado con parámetros aleatorios. También se muestran las diferencias relativas porcentuales en los valores medios.

Frec. (Hz)	Experimental		Modelo calibrado		Dif.Rel (%)
	Valor medio	Coef de variación	Valor medio	Coef de variación	Valor medio
1	6.463	0.0121	6.496	0.0110	0.516
2	9.068	0.0072	9.028	0.0102	0.448
3	12.530	0.0023	12.549	0.0086	0.156
4	20.676	0.0043	20.513	0.0076	0.789
5	22.399	0.0038	22.036	0.0070	1.623
6	36.078	0.0016	36.156	0.0066	0.216
7					
8	42.936	0.0056	42.760	0.0081	0.408
9	51.109	0.0020	51.435	0.0068	0.638
10					

Tabla 5. Comparación de frecuencias

En la Figura 13 se presentan las funciones de densidad de probabilidades de las frecuencias, comparando las identificadas de las mediciones y las del modelo numérico con parámetros aleatorios. Las figuras de la izquierda detallan la distribución individual de cada frecuencia utilizando escalas horizontales independientes, mientras que el de la derecha exhibe la distribución conjunta de todas sobre un único eje. Las principales observaciones son:

- Fidelidad de la distribución: el modelo numérico (rojo) logra replicar la ubicación (media) y la forma (desvío) de los datos experimentales (azul). Esto confirma que los parámetros optimizados para el ajuste son los correctos.

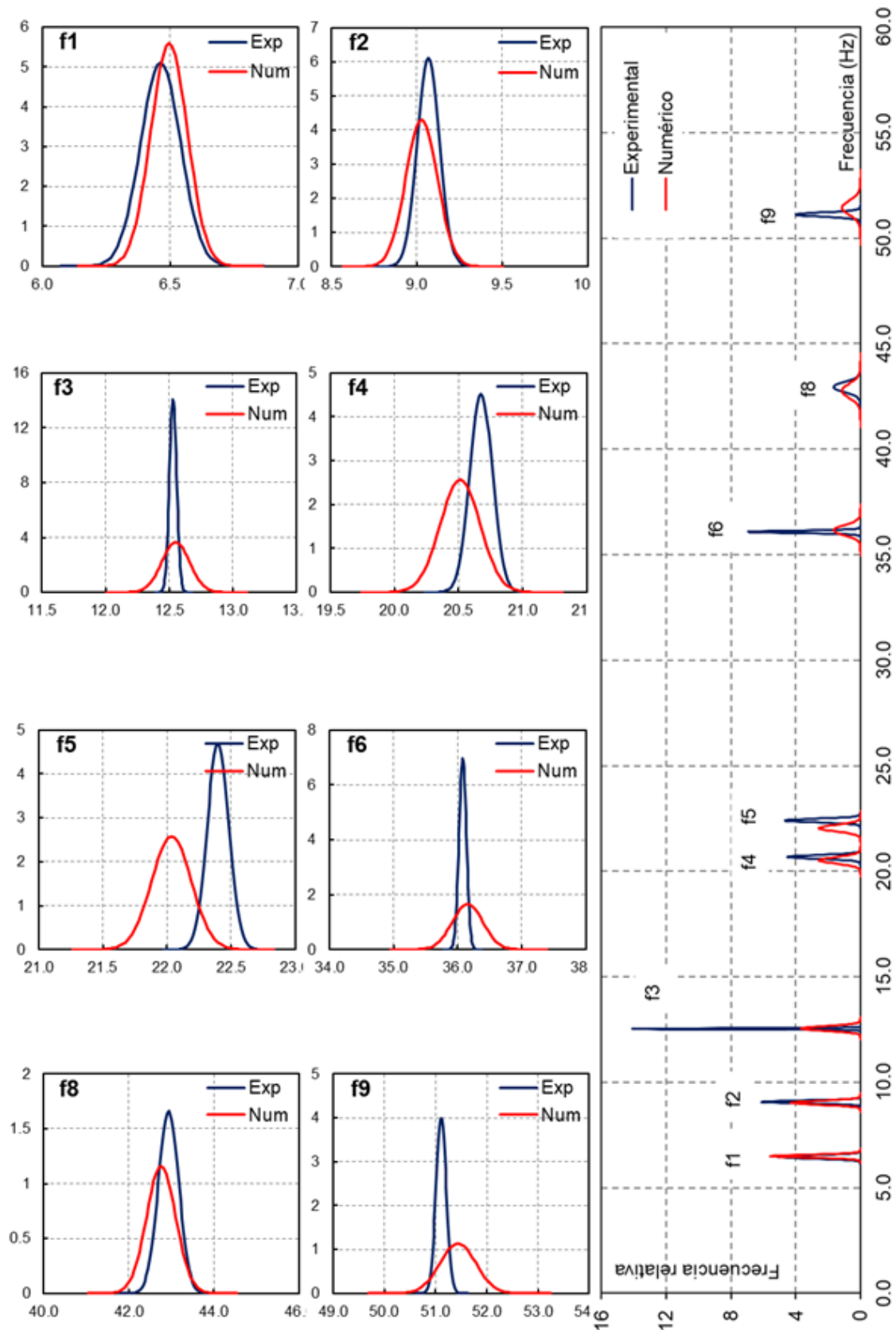


Figura 13. Funciones de densidad de probabilidades de las frecuencias

- Cuantitativamente, en la Tabla 5 los datos reflejan una buena precisión en la calibración del modelo numérico:
- Error relativo mínimo: Se observa una concordancia casi perfecta en los modos 3 y 6, con una diferencia de apenas 0.2%. Error relativo máximo: Incluso el valor más alto, Modo 5 con 1.6%, se considera aceptable.
- Promedio de error: El error global que se calcula con ec. (7) se mantiene por debajo del 1% para la gran mayoría de los modos (1, 2, 3, 4, 8 y 9), lo que garantiza una base sólida para la detección de daños.

$$e = \frac{\bar{f}_{\text{exp}} - \bar{f}_{\text{num}}}{\bar{f}_{\text{exp}}} \quad (7)$$

siendo $\bar{f}_{\text{exp}}$ el promedio de las 690 frecuencias identificadas y $\bar{f}_{\text{num}}$ la frecuencia media obtenida de las 50 simulaciones óptimas.

No se muestran la estadística del modo 7 porque de la identificación experimental no se obtuvieron resultados confiables, especialmente en la obtención de las formas modales. Tampoco la frecuencia 10 debido a que el modelo no lo representa adecuadamente.

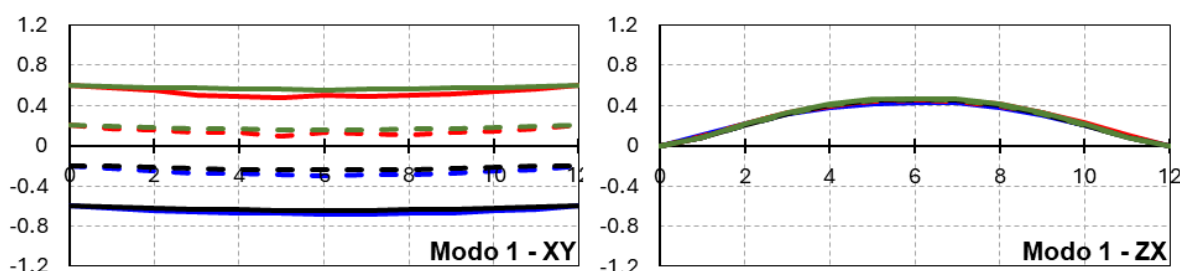
Verificación de las formas modales

Se evalúa la correlación entre las formas modales experimentales promedio de las 60 identificaciones y las formas modales numéricas promedio de las 50 simulaciones del modelo calibrado con los parámetros aleatorios, mediante el criterio de aseguramiento modal (MAC).

En la Figura 14 se presentan en forma comparativa los vectores de forma modal normalizados con la matriz de masa condensada del modelo numérico. Las imágenes izquierdas muestran las componentes transversales XY, y a la derecha las componentes verticales ZX.

Los colores rojo y azul indican formas modales promedio experimentales con el siguiente detalle: (a) Rojo continuo: borde externo (cordón); (b) Rojo trazos: viga externa; (c) Azul trazos: viga interna; (d) Azul continuo: borde interno. Los colores verde y negro representan las formas modales promedio obtenidas con el modelo calibrado, con el mismo detalle que para las formas experimentales.

Se observa en la Figura 14 muy buen acuerdo general, en particular las componentes sobre las vigas, mientras que las diferencias se encuentran en los bordes de las alas donde las oscilaciones locales distorsionan la forma general del modo.



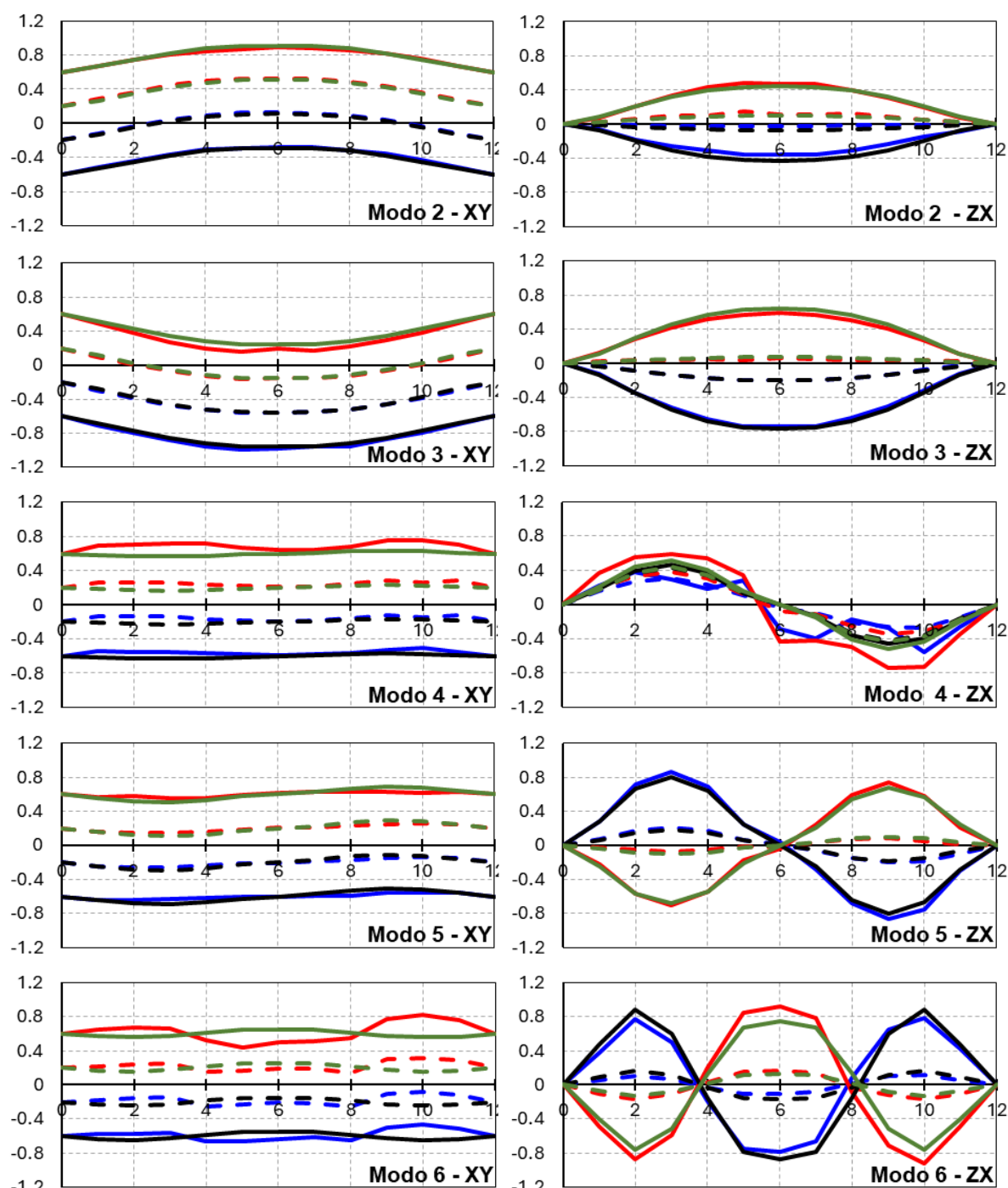


Figura 14. Promedio de las formas modales experimentales y numéricas

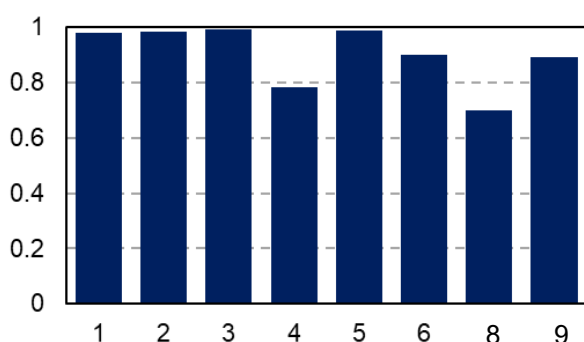
En la Tabla 6 se presentan los valores del índice MAC que se obtienen al comparar los vectores modales promedios experimentales y numéricos. Se observa una excelente correlación en los modos 1, 2, 3 y 5, con valores que superan el 0.98, lo que demuestra una alta precisión en la representación de la forma modal para los rangos de baja frecuencia.

Por otro lado, los modos 4 y 8 presentan valores de concordancia inferiores, 0.783 y 0.698, respectivamente. En el caso particular del modo 4, se verifica que la correlación

aumenta al restringir el análisis exclusivamente a los nervios de la viga. Esta diferencia se debe a las incertidumbres en la identificación experimental de ese modo. En cuanto al modo 8, su menor valor de MAC puede deberse a una mayor sensibilidad de los modos altos a las incertidumbres de las condiciones de borde y/o rigidez.

En general, se destaca buenos valores de índice MAC para los modos fundamentales 1 a 5 lo que confirma que la parametrización del gemelo digital es físicamente consistente. La reducción del MAC en modos superiores no compromete la validez del gemelo digital, sino que refleja las limitaciones físicas del proceso de medición frente a patrones de vibración más complejos.

Estos resultados indican que los parámetros geométricos, mecánicos y de condiciones de contorno calibrados estadísticamente, representan aceptablemente el estado actual de la estructura.



Modo	MAC
1	0.982
2	0.986
3	0.991
4	0.783
5	0.987
6	0.900
8	0.698
9	0.891

Tabla 6. Valores del índice MAC

CONCLUSIONES

La metodología propuesta e implementada en este trabajo es adecuada para generar un modelo numérico, gemelo digital, con parámetros aleatorios que represente satisfactoriamente el comportamiento de la estructura real considerando incertidumbres.

Es importante repetir muchas veces las mediciones experimentales, y así disponer de un conjunto amplio de datos para construir la estadística de las propiedades dinámicas del sistema.

El modelo numérico generado con elementos de cáscara plana es adecuado para representar las complejas formas de vibración de este tipo de vigas con secciones no compactas. La representación de las condiciones de borde mediante una combinación de varios resortes ubicados convenientemente, fue significativo para poder capturar los modos superiores de vibración.

El método de optimización de los parámetros por búsqueda aleatoria sin cálculo de gradientes resultó efectivo, justamente al evitar los problemas numéricos de convergencia de los métodos que utilizan derivadas. Además, el uso de redes neuronales para representar las frecuencias del modelo numéricos permite realizar miles de iteraciones prácticamente sin costo computacional. Para los modos, la técnica de interpolación local de las formas modales disponibles en la base de datos también resultó efectiva, evitando resolver el modelo completo de elementos finitos en cada iteración del proceso de optimización.

Resulta importante considerar las incertidumbres presentes en todas las variables del problema. En este trabajo se tuvieron en cuenta: Incertidumbres en la energía entregada en cada impacto, en las mediciones experimentales por la sensibilidad de los sensores (acelerómetros); Incertidumbres en el proceso de identificación del método EFDD, y por la cantidad limitada de sensores y de puntos de medición; Incertidumbres del propio modelo numérico debido al tipo de elementos finitos utilizado, idealización de las relaciones constitutivas, y en las condiciones de borde.

La comparación entre las estadísticas de las frecuencias y formas modales con respecto a las experimentales fue muy satisfactoria, indicando que este modelo numérico con parámetros aleatorios puede ser utilizado en estimaciones de confiabilidad de la estructura, por ejemplo, probabilidad de estados de daño, considerando un amplio conjunto de incertidumbres presentes en todos los problemas de la ingeniería estructural.

REFERENCIAS

- [1] B. Peeters, *System Identification and Damage Detection in Civil Engineering*, Leuven: Katholieke Universiteit Leuven – Faculteit Toegepaste Wetenschappen, 2000.
- [2] R. Brincker, L. Zhang y P. Andersen, «Modal Identification from Ambient Responses using Frequency Domain Decomposition,» *Smart Materials and Structures*, vol. 10, n° 3, p. 441–445, 2000. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/10/3/303>
- [3] J. Brownjohn, «Ambient vibration studies for system identification of tall buildings,» *Earthquake Engineering - Structural Dynamics*, vol. 32, n° 1, pp. 71-95, 2002. <https://doi.org/10.1002/eqe.215>
- [4] T. Jirawattanasomkul, L. Hang, S. Srivaranun, S. Likitlersuang, P. Jongvivatsakul, W. Yodsudjai y P. Thammarak, «Digital twin-based structural health monitoring and measurements of dynamic characteristics in balanced cantilever bridge,» *Resilient Cities and Structures*, vol. 4, n° 3, pp. 48-66, 2025. <https://doi.org/10.1016/j.rcns.2025.08.001>
- [5] M. Modesti, C. Gentilini, A. Palermo, E. Reynders y G. Lombaert, «A two-step procedure for damage detection in beam structures with incomplete mode shapes,» *Journal of Civil Structural Health Monitoring* 15, vol. 15, pp. 287-306, 2025. <https://doi.org/10.1007/s13349-024-00839-0>
- [6] B. Jaishi y W.-X. Ren, «Structural Finite Element Model Updating Using Ambient Vibration Test Results,» *J. Struct. Eng.*, vol. 131, n° 4, pp. 617-628, 2005. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2005\)131:4\(617\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2005)131:4(617))
- [7] N. Wagner y D. Tcherniak, «Data-Driven Updating of Digital Twins through Experimental Measurements and Parametric Finite Element Model Optimization,» de *Conference: Symbiose von Simulation und Test*, Wiesbaden, Germany, 2025.
- [8] P. Talasila, A. Jensen, S. Mahato, A. Schörghofer-Queiroz, G. Abbiati, P. Larsen y L. Damkilde, «Structural Health Monitoring of Engineering Structures Using

Digital Twins: A Digital Twin Platform Approach,» de EVACES, Porto, Portugal, 2025.

- [9] G. Lucero, J. P. Ascheri y O. Möller, «Identificación de propiedades dinámicas de un modelo físico reducido de un puente losa mediante registro de vibraciones,» *Asociación Argentina de Mecánica Computacional*, vol. XLI, nº 9, pp. 445-454, 2024. <https://doi.org/10.70567/mc.v41i9.44>
- [10] R. Brincker y C. Ventura, *Introduction to operational modal analysis*, New York: John Wiley & Sons, 2015.