

MODELADO DE LA INTERACCIÓN MULTITUD-ESTRUCTURA CONSIDERANDO VARIACIONES EN LOS PARÁMETROS BIOMECAÑICOS DEL PEATÓN

Gil, Juan E.^a; Gomez, Daniel^b; Villamizar, Sandra^c

^a School of Civil Engineering and Geomatics, Universidad del Valle, Cali, Valle del Cauca, Colombia. juan.gil.salcedo@correounivalle.edu.co

^b School of Civil Engineering and Geomatics, Universidad del Valle, Cali, Valle del Cauca, Colombia. daniel.gomez@correounivalle.edu.co

^c School of Civil Engineering and Geomatics, Universidad del Valle, Cali, Valle del Cauca, Colombia. sandra.villamizar@correounivalle.edu.co

Palabras clave: Interacción entre la multitud-estructura; incertidumbre paramétrica; Transformación Lineal Fraccional; puente peatonal; parámetros biomecánicos; funcionalidad.

RESUMEN

La vibración excesiva en puentes peatonales constituye un problema creciente de funcionalidad estructural. Los modelos robustos con incertidumbres paramétricas estructuradas se han limitado a escenarios de un único peatón en escala de laboratorio. Este trabajo propone un modelo de interacción multitud-estructura que acopla un subsistema de múltiples grados de libertad del puente con osciladores masa-resorte-amortiguador, incorporando las incertidumbres biomecánicas de los peatones mediante Transformación Lineal Fraccional. El modelo se validó sobre el Puente Patonal Hackberry Lane con grupos de uno a tres peatones caminando a frecuencias entre 1.9 y 2.3 Hz (rango representativo de la marcha humana). Las envolventes de respuesta englobaron todos los registros experimentales, alcanzando valores del cociente de aceleración pico de respuesta (PAR, *Peak Acceleration Response Ratio*) de hasta 7.3 para tres peatones y confirmando que omitir la variabilidad biomecánica subestima sustancialmente la respuesta estructural.

ABSTRACT

Excessive vibration in pedestrian bridges is a growing structural functionality problem. Robust models with structured parametric uncertainties have been limited to single-pedestrian scenarios at laboratory scale. This work proposes a crowd-structure interaction model that couples a multi-degree-of-freedom subsystem of the bridge with mass-spring-damper oscillators, incorporating pedestrian biomechanical uncertainties through Linear Fractional Transformation. The model was validated on the Hackberry Lane Pedestrian Bridge with groups of one to three pedestrians walking at frequencies between 1.9 and 2.3 Hz (a range representative of human gait). The response envelopes encompassed all experimental recordings, reaching Peak Acceleration Response Ratio (PAR) values of up to 7.3 for three pedestrians and confirming that omitting biomechanical variability substantially underestimates the structural response.

INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas, la tendencia hacia estructuras civiles más esbeltas y livianas ha incrementado la susceptibilidad de los puentes peatonales a problemas de vibración excesiva. Dado que sus frecuencias naturales frecuentemente coinciden con las frecuencias de caminata de los peatones (1.6–2.4 Hz) y sus armónicos, estas estructuras son altamente vulnerables a la interacción dinámica con sus usuarios (Ellingwood & Tallin, 1984; Bachmann, 1995; Živanović et al., 2005). Las condiciones de vibración resultantes pueden alterar las características cinemáticas de la marcha (Gomez et al., 2021) y llevar a que las estructuras excedan sus estados límite de servicio (Sánchez et al., 2013; Villamizar et al., 2014; Dang & Živanović, 2015; García-Diéguez & Zapico-Valle, 2018; Gómez et al., 2022).

A lo largo de los años se han desarrollado distintos modelos para describir la interacción humano-estructura (IHE). Los modelos de carga móvil no capturan completamente la complejidad de la interacción real (Van Nimmen et al., 2017), mientras que los modelos biomecánicos masa-resorte-amortiguador (MCK) resultan más representativos, aunque están limitados por las incertidumbres en los parámetros de cada individuo (Gomez et al., 2020; Calonge et al., 2023). En efecto, la mayoría de los modelos adoptan un enfoque determinista, ignorando la variabilidad inter e intra-individual de los parámetros biomecánicos (Živanović et al., 2005; Racic et al., 2009). Otros enfoques han explorado plataformas interactivas para incorporar efectos de IHE en el análisis de puentes peatonales (Gomez et al., 2015) y modelos basados en subsistemas verificados experimentalmente (Gomez et al., 2018), así como modelos data-driven mediante redes neuronales MLP y NARX (Mena-Sanchez et al., 2025). Una alternativa es implementar un análisis robusto que incorpore estas incertidumbres mediante valores nominales y rangos de variación que cubran el espacio de posibles comportamientos.

En esta línea, Gomez et al. (2020) formularon un modelo de interacción peatón-estructura con un marco de Transformación Lineal Fraccional (TLF) para representar incertidumbres paramétricas estructuradas. Sin embargo, su validación se limitó a un único peatón sobre una viga de laboratorio (15.24 m, $f_n = 2.08$ Hz), lo que constituye una primera evidencia del marco TLF, pero no permite establecer su robustez ante escenarios más generales. Los autores cuantificaron el efecto de la incertidumbre mediante el cociente de aceleración pico de respuesta (PAR): un valor de PAR cercano a 1 indica que las incertidumbres paramétricas no alteran significativamente la respuesta estructural, mientras que valores crecientes reflejan una mayor amplificación debida a dicha incertidumbre; en su caso, obtuvieron valores de PAR de hasta 3.3. Posteriormente, Calonge et al. (2023) extendieron este marco a modelos de retroalimentación robusta mediante síntesis H_∞ y μ , técnicas de control robusto que buscan minimizar, respectivamente, la norma H-infinito y el valor singular estructurado (μ) de la respuesta del sistema ante las incertidumbres para peatones estacionarios, en línea con otros desarrollos de control integrado para el análisis de IHE (Lopez et al., 2025).

Sin embargo, los modelos existentes con incertidumbres paramétricas estructuradas han estado limitados a escenarios de un único peatón en estructuras de escala de laboratorio. Hasta donde los autores tienen conocimiento, ningún estudio ha extendido el marco TLF al caso de múltiples peatones simultáneos sobre un puente

de escala real, donde los efectos de multitud introducen complejidad adicional a través de la sincronización peatonal, el fenómeno de masa añadida y la variabilidad biomecánica colectiva. Para abordar este vacío, el presente trabajo propone un modelo robusto de interacción multitud-estructura (IMS) basado en subsistemas acoplados, en el que una representación MGDL del puente se acopla a un conjunto de sistemas de un grado de libertad (UGDL) masa-resorte-amortiguador con incertidumbres paramétricas que representan a los peatones. Las incertidumbres paramétricas de la multitud se incorporan mediante un marco TLF y el modelo es validado sobre un puente peatonal de escala real con grupos de uno, dos y tres peatones en el rango de frecuencias de 1.9 a 2.3 Hz.

DESCRIPCIÓN DEL PUENTE PEATONAL

El Puente Peatonal Hackberry Lane (Figura 1), construido en 2013 en el campus de la Universidad de Alabama en Tuscaloosa, se adopta como caso de estudio para el análisis de interacción multitud-estructura bajo carga peatonal dinámica. Es un puente tipo arco ballesta de acero y concreto, con una longitud entre apoyos de 44.35 m y un ancho de 3.65 m, diseñado conforme a la norma (AISC 2011). Dos cerchas principales sostienen una losa compuesta de concreto de 6 pulgadas sobre lámina colaborante de acero galvanizado, con vigas de piso distribuidas a lo largo del puente. La estructura fue instrumentada con seis acelerómetros uniaxiales PCB 393B31 en dirección vertical (sensibilidad de $\pm 5\%$ de $10 \text{ V} \cdot \text{g}^{-1}$ y rango de frecuencias de $\pm 5\%$ entre 0.1 y 200 Hz), adquiriendo las señales a una frecuencia de muestreo de 1024 Hz.



Figura 1. Puente peatonal de Hackberry Lane en Tuscaloosa, Alabama.

Mediante pruebas de vibración ambiental y un análisis modal operacional de solo salida basado en el algoritmo de Identificación por Subespacios Estocásticos (SSI), se identificaron los parámetros dinámicos de la estructura. Los tres primeros modos verticales se ubicaron en 2.27, 5.29 y 9.11 Hz, con razones de amortiguamiento de 1.09%, 0.31% y 1.21%, respectivamente; los dos primeros modos torsionales en 2.64 y 7.30 Hz, y el primer modo lateral en 3.79 Hz.

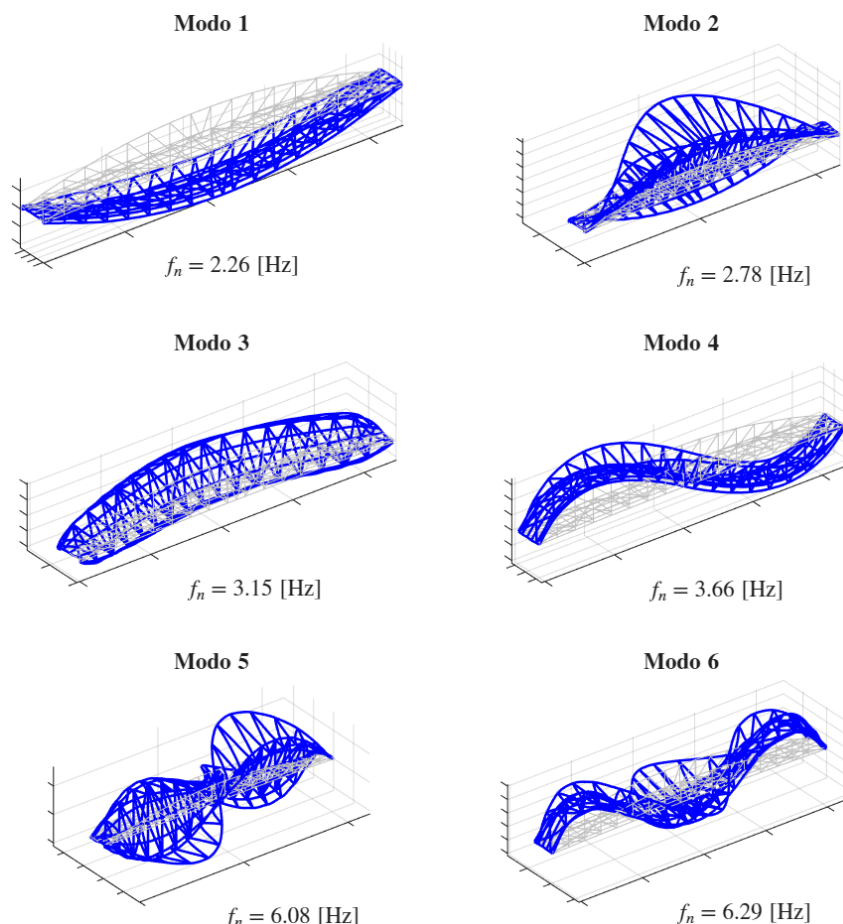


Figura 2. Formas modales MEF del puente peatonal. Modo 1: 1er vertical. Modo 2: 1er torsional. Modo 3: 1er lateral. Modo 4: 2do vertical. Modo 5: 2do torsional. Modo 6: 3er vertical.

A partir de los planos estructurales se construyó en MATLAB un modelo de elementos finitos (MEF) tridimensional de comportamiento elástico lineal con 1050 grados de libertad. Las matrices de masa y rigidez resultantes se redujeron a 86 grados de libertad mediante condensación estática y dinámica, sin pérdida de información relevante, para el posterior desarrollo del modelo de interacción multitud-estructura. Las formas modales del MEF se presentan en la Figura 2, y los parámetros modales experimentales y de elementos finitos se resumen en la Tabla 1. El modelo de elementos finitos se calibró priorizando la representación del primer modo vertical

(2.27 Hz), por ser el relevante para el rango de frecuencias de caminata analizado; por ello, los modos superiores (2do vertical, 2do torsional y 3er vertical) presentan una mayor dispersión respecto a los valores experimentales, dado que no fueron objeto de un ajuste fino adicional.

Formas Modales	Experimental		MEF
	f_n [Hz]	ζ [%]	f_n [Hz]
1 ^{er} vertical	2.27	1.09	2.26
1 ^{er} torsional	2.64	0.97	2.78
1 ^{er} lateral	3.79	0.88	3.15
2 ^{do} vertical	5.29	0.31	3.66
2 ^{do} torsional	7.30	1.91	6.08
3 ^{er} vertical	9.11	1.21	6.29

Tabla 1. Parámetros dinámicos experimentales y de elementos finitos de la pasarela.

METODOLOGÍA

Modelo de interacción multitud-estructura

El modelo IMS propuesto se fundamenta en una formulación de subsistemas acoplados que interactúan en lazo cerrado, con retroalimentación en cada paso de tiempo (Figura 3). Se definen dos subsistemas: un modelo de múltiples grados de libertad (MGDL) del puente y un conjunto de osciladores de un grado de libertad (UGDL) masa-resorte-amortiguador con incertidumbres paramétricas que representan a los peatones. El acoplamiento se establece en puntos de contacto separados una longitud de paso promedio: en cada instante, el subsistema estructural recibe las fuerzas de impacto de los peatones, mientras que cada subsistema peatonal recibe como entrada la aceleración vertical del tablero en su punto de contacto.

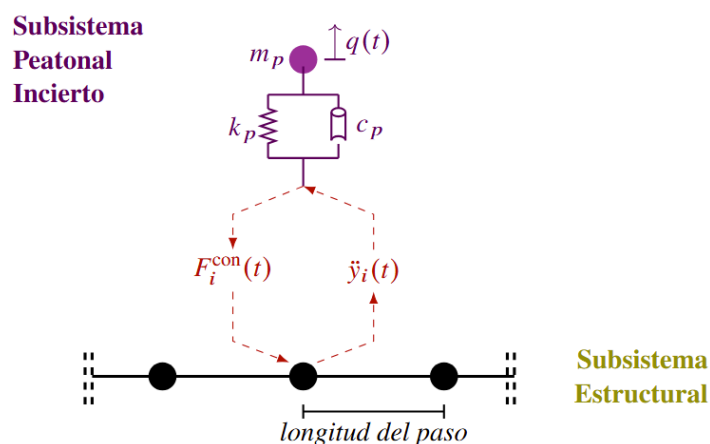


Figura 3. Fuerzas involucradas en la interacción peatón-estructura.

Subsistema estructural. La ecuación de movimiento del modelo de elementos finitos del puente con n grados de libertad es:

$$M_s \ddot{y}(t) + C_s \dot{y}(t) + K_s y(t) = \Gamma F_{cr}^{con}(t) \quad (1)$$

donde M_s , C_s y K_s son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez del puente, y Γ es la matriz de localización ($n \times p$) que ubica con precisión a cada peatón sobre la estructura. La fuerza de contacto total ejercida por la multitud es:

$$F_{cr}^{con} = C_{cr} \dot{q}_{cr} + K_{cr} q_{cr} \quad (2)$$

con C_{cr} y K_{cr} matrices diagonales de los coeficientes de amortiguamiento y rigidez de cada peatón. El subsistema estructural se reformula en espacio de estados para su integración numérica.

Subsistema de multitud. Cada uno de los peatones se representa como un oscilador UGDL de masa m_p , rigidez k_p y amortiguamiento c_p , al que se impone una velocidad vertical inicial no nula $\dot{q}(t_0)$ que genera la excitación al momento del contacto del talón con la estructura. Su dinámica se rige por:

$$M_{cr} \ddot{q}(t) + C_{cr} \dot{q}(t) + K_{cr} q(t) = -M_{cr} \ddot{y}_i(t) \quad (3)$$

donde $\ddot{y}_i$ es la aceleración nodal vertical del tablero en el punto de contacto. Ambos subsistemas, expresados en espacio de estados, se integran en un sistema acoplado de tiempo variable cuya solución captura la retroalimentación dinámica inherente a la interacción multitud-estructura.

Marco de optimización

Para identificar los parámetros biomecánicos que gobiernan la interacción se implementó una estrategia de optimización híbrida en dos fases. La fase global empleó Búsqueda por Patrones (*Pattern Search*), un método directo sin gradientes adecuado para funciones objetivo no suaves y multimodales; la fase local refinó el resultado mediante el algoritmo de Punto Interior (*fmincon*), que maneja

eficientemente restricciones de caja y garantiza convergencia estable. Esta combinación se seleccionó debido a la fuerte no linealidad del modelo y al carácter multimodal de la función objetivo, que dificultan la convergencia con métodos exclusivamente basados en gradientes.

Función objetivo e índices de validación

El criterio de evaluación combina dos términos con igual peso:

$$J = 0.5J_1 + 0.5J_2, \quad (4)$$

donde,

$$J_1 = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (a_{exp,i,j} - a_{sim,i,j})^2}}{\max(a_{exp,j}) - \min(a_{exp,j})}, \quad J_2 = \frac{\sum_{i=1}^K |A_i^{exp} - A_i^{sim}|}{\sum_{i=1}^K A_i^{exp}} \quad (5)$$

donde J_1 es el RMSE normalizado promediado sobre los M canales (N muestras temporales por señal) y J_2 el error relativo de las amplitudes de los K picos identificados; a_{exp} y a_{sim} son las aceleraciones experimental y simulada, y A^{exp} , A^{sim} las amplitudes de pico correspondientes. Para evaluar la precisión en el dominio del tiempo se define el Error Relativo Instantáneo (IRE):

$$IRE(t) = \frac{|a_{exp}(t) - a_{sim}(t)|}{\max(|a_{exp}(t)|)} \times 100 \quad (6)$$

normalizado respecto al pico global para garantizar estabilidad numérica en los cruces por cero y permitir una comparación objetiva entre regímenes de caminata.

Incertidumbres paramétricas

El puente se modela de forma determinista, dado que su variabilidad es apenas apreciable en los datos experimentales, mientras que en los peatones se introduce incertidumbre para representar la variabilidad intra e inter-individual. A partir de los datos experimentales y del procedimiento de optimización se estiman los valores nominales de los parámetros biomecánicos y, posteriormente, sus intervalos de variación.

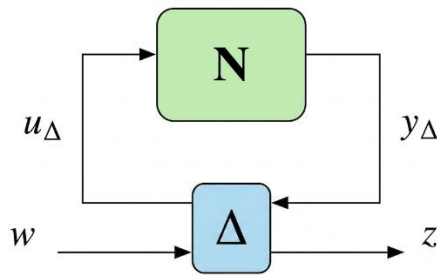


Figura 4. TLF de un parámetro lineal incierto.

Subsistema de multitud con incertidumbres

Las incertidumbres se modelan mediante Transformación Lineal Fraccional (TLF), que permite asociar cada incertidumbre con un parámetro físicamente significativo del subsistema peatonal (Gomez et al., 2020). Cada parámetro se representa por un valor nominal y una perturbación Δ , de modo que el modelo se expresa como $F_u(N, \Delta)$, donde N agrupa las partes conocida e incierta del sistema y Δ las perturbaciones (Zhou & Doyle, 1998), como se ilustra en la Figura 4. Tras las manipulaciones algebraicas correspondientes, la transformación se reduce a la forma cerrada $z = [N_{22} + N_{21}\Delta(1 - N_{11}\Delta)^{-1}N_{12}]w$, con Δ un escalar real acotado en $(-1, 1)$.

Las perturbaciones de los tres parámetros biodinámicos se agrupan en una matriz diagonal $\Delta = \text{diag}(\Delta_m, \Delta_c, \Delta_k)$. La masa se introduce como incertidumbre multiplicativa inversa, mientras que el amortiguamiento y la rigidez se caracterizan como incertidumbres multiplicativas directas. Aplicando este esquema al oscilador peatonal, el subsistema humano con incertidumbres estructuradas se representa en un modelo en espacio de estados incierto (EEI) definido por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = A_{cr} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + B_{cr} \begin{bmatrix} u_m \\ u_c \\ u_k \\ \ddot{y}_i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_m \\ y_c \\ y_k \\ F_i^{con} \end{bmatrix} = C_{cr} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + D_{cr} \begin{bmatrix} u_m \\ u_c \\ u_k \\ \ddot{y}_i \end{bmatrix}$$

(7)

donde x_1 y x_2 son las variables de estado del oscilador peatonal (desplazamiento y velocidad relativos); u_m , u_c y u_k son las entradas de perturbación asociadas a la masa, el amortiguamiento y la rigidez, respectivamente; $\ddot{y}_i$ es la entrada de aceleración del tablero; y y_m , y_c , y_k y F_i^{con} son las salidas correspondientes a cada perturbación y a la fuerza de contacto total transmitida a la estructura; y A_{cr} , B_{cr} , C_{cr} y D_{cr} son las matrices

de estado, entrada, salida y transmisión directa, dadas por:

$$\begin{aligned} A_{cr} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K_{cr}}{M_{cr}} & -\frac{C_{cr}}{M_{cr}} \end{bmatrix}, \quad B_{cr} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_m & -\frac{p_c}{M_{cr}} & -\frac{p_k}{M_{cr}} & 1 \end{bmatrix} \\ C_{cr} &= \begin{bmatrix} \frac{K_{cr}}{M_{cr}} & \frac{C_{cr}}{M_{cr}} \\ 0 & C_{cr} \\ K_{cr} & 0 \\ K_{cr} & C_{cr} \end{bmatrix}, \quad D_{cr} = \begin{bmatrix} -p_m & \frac{p_c}{M_{cr}} & \frac{p_k}{M_{cr}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_c & p_k & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

Una ventaja importante de esta formulación es que las matrices del sistema en espacio de estados incierto se caracterizan directamente a partir de los parámetros biodinámicos nominales (M_{cr} , C_{cr} , K_{cr}) y sus porcentajes de incertidumbre (p_m , p_c , p_k), lo que permite una implementación directa y físicamente interpretable del marco TLF.

Resultados y discusión

La calibración de los parámetros biomecánicos se basó en la optimización de las variables críticas amortiguamiento, rigidez y velocidad inicial del peatón sobre condiciones de caminata entre 1.9 y 2.3 Hz, una frecuencia fija de 2.15 Hz y la frecuencia natural de cada individuo. En los ensayos con metrónomo la frecuencia de caminata se mantuvo constante y se excluyó de la optimización; en los de caminata natural se incluyó como parámetro de calibración, permitiendo capturar la sincronización de fase entre peatones.

Como se observa en la Figura 5, la optimización logró un acoplamiento efectivo entre las señales simulada y experimental para el Canal #2 a 2.3 Hz, con un error de modelo $J = 8.9\%$ y valores de IRE predominantemente por debajo del 40%. La señal de aceleración presenta una envolvente tipo campana, con un crecimiento progresivo de la amplitud a partir de los 13 s, un máximo en torno a los 21–23 s y un decaimiento posterior hacia el final del registro. El IRE refleja esta dinámica mediante dos zonas de mayor actividad dentro de la ventana de evaluación (10–32.5 s): un primer grupo de picos entre ~13 y 17 s, con valores cercanos al 27%, y un segundo grupo más sostenido entre ~22 y 32 s, que alcanza el máximo cercano al 38% alrededor de los 24–26 s. Entre ambas zonas, en torno a los 17–20 s, el IRE disminuye de forma apreciable. Los valores más altos del error relativo se concentran donde las discrepancias instantáneas de fase y magnitud entre ambas señales se hacen más visibles, mientras que en los demás tramos el IRE se mantiene en niveles bajos, confirmando una reproducción consistente de la respuesta experimental por parte del modelo.

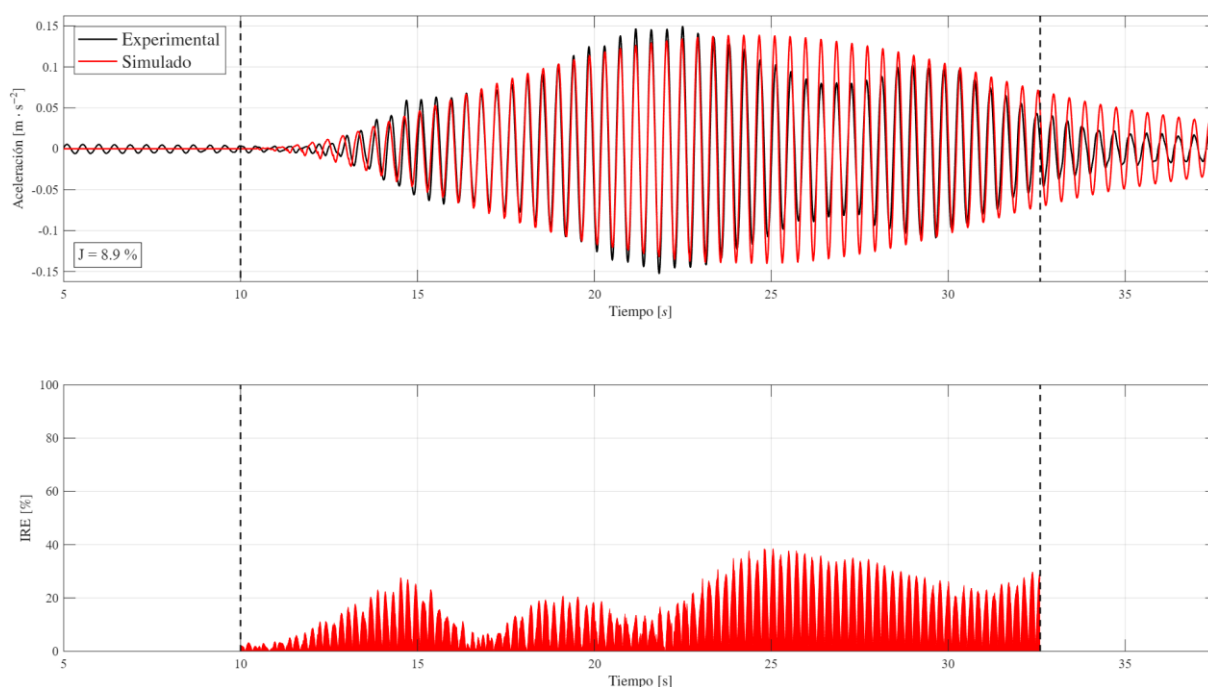


Figura 5. Validación del modelo mediante IRE e índice $J = 8.9\%$ para el Canal #2 a 2.30 Hz.

Los valores promedio de los parámetros biodinámicos calibrados para todos los escenarios se consolidan en la Tabla 2: masas de 70 kg, coeficientes de amortiguamiento entre 269.28 y 284.70 $N \cdot s \cdot m^{-1}$, rigideces entre 17,784 y 18,481 $N \cdot m^{-1}$, razones de amortiguamiento en un rango estrecho de 11.9–12.8% y velocidades iniciales entre 0.52 y 0.64 $m \cdot s^{-1}$.

	m_p	c_p	k_p	$q(\dot{t}_o)$	Razón de Amortiguamiento
	[kg]	[$N \cdot s \cdot m^{-1}$]	[$N \cdot m^{-1}$]	[$m \cdot s^{-1}$]	[%]
Peatón 1	70.0	269.28	17891.17	0.60	12.0
Peatón 2	70.0	270.32	18481.33	0.64	11.9
Peatón 3	70.0	284.70	17784.00	0.52	12.8

Tabla 2. Parámetros biodinámicos promedio para todos los escenarios de carga.

Dado que los parámetros se calibraron de forma independiente para cada escenario, se realizó un análisis estadístico de sensibilidad para evaluar la robustez del modelo. Para un peatón, el error J disminuye progresivamente al acercarse a la resonancia (de $J = 21\%$ a 1.9 Hz hasta $J = 11\%$ a 2.3 Hz). Para dos peatones, el mejor desempeño se alcanza a 2.1 Hz ($J = 8\%$), aunque con la mayor dispersión ($\sigma = 0.05$), evidenciando alta sensibilidad al estado de sincronización. Para tres peatones, el mayor error ocurre a 2.0 Hz ($J = 25\%$, $\sigma = 0.04$), lo que podría asociarse al desplazamiento de la frecuencia resonante efectiva del sistema por el efecto de masa añadida de la multitud.

La dispersión significativa a frecuencias intermedias (2.1–2.3 Hz) revela un componente estocástico sustancial que no puede representarse mediante un único conjunto determinista de parámetros, justificando el marco de cuantificación de incertidumbres.

Calibración de incertidumbres

Los parámetros nominales identificados constituyen la base del marco de incertidumbres. Los intervalos de variación de cada parámetro se expresan como porcentajes de sus valores nominales y se determinan ajustando iterativamente los límites hasta que la envolvente de la respuesta simulada englobe todos los registros experimentales. Para cuantificar el impacto de la variabilidad paramétrica se adopta la variabilidad del rango de la respuesta (PAR), definida como el cociente entre los valores máximo y mínimo de la aceleración absoluta máxima registrada durante la fase de carga de las respuestas del modelo:

$$PAR = \frac{\max|\ddot{y}_{l/2}^U|}{\max|\ddot{y}_{l/2}^L|} \quad (9)$$

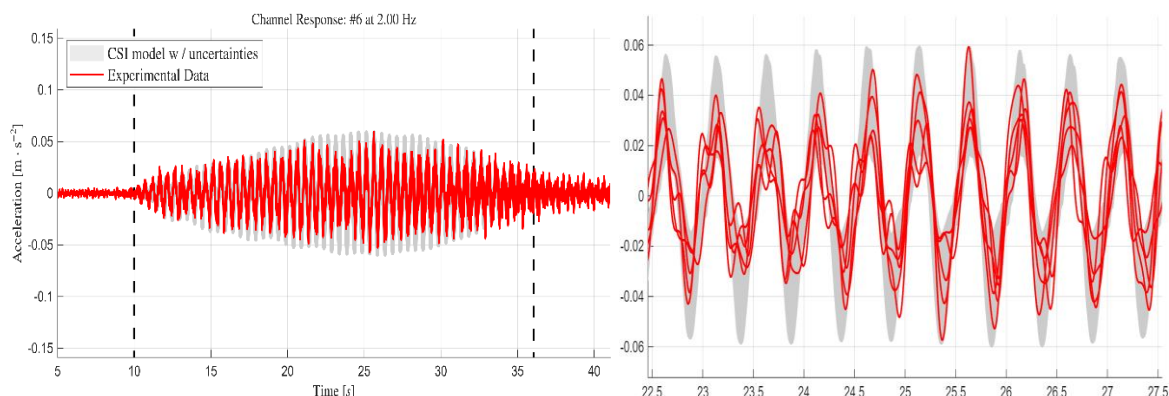
donde $\ddot{y}^U$ y $\ddot{y}^L$ son los límites superior e inferior de la respuesta de aceleración vertical en el punto de medición. Un PAR cercano a la unidad indica baja sensibilidad a las variaciones paramétricas, mientras que un valor mayor cuantifica la amplificación debida a las diferencias biomecánicas intra e inter-individuales.

Los intervalos de incertidumbre para tres peatones a frecuencias representativas se resumen en la Tabla 3. La incertidumbre en masa requirió $\pm 50\%$ en todos los escenarios para capturar la variabilidad intra e inter-individual, mientras que las de amortiguamiento y rigidez permanecieron moderadas en los ensayos con metrónomo. Se observa además que los parámetros nominales de amortiguamiento y rigidez crecen de forma consistente con la frecuencia de caminata. La rigidez nominal pasa de $11,000 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ a 1.9 Hz hasta $22,000\text{--}25,000 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ a 2.2 Hz, evidenciando el carácter dependiente de la frecuencia de los parámetros biomecánicos del peatón.

Frec. [Hz]		m_p [kg]		c_p [N·s·m ⁻¹]		k_p [N·m ⁻¹]		$\dot{q}(t_0)$ [m·s ⁻¹]		PAR
		$\bar{m}_p$	$p_m(\%)$	$\bar{c}_p$	$p_c(\%)$	$\bar{k}_p$	$p_k(\%)$	$\bar{\dot{q}}(t_0)$	$p_q(\%)$	
1.9	Peat. 1	70	±50.0	100	±7.3	11500	±5.7	0.30	±9.5	4.83
	Peat. 2	70	±50.0	100	±8.3	11200	±4.6	0.30	±10.1	
	Peat. 3	70	±50.0	100	±9.2	11000	±5.4	0.35	±11.5	
2.15	Peat. 1	70	±50.0	270	±6.9	14100	±3.8	0.80	±12.3	5.67
	Peat. 2	70	±50.0	260	±7.8	15300	±4.9	0.70	±9.6	
	Peat. 3	70	±50.0	200	±8.2	13800	±5.1	1.20	±14.9	
2.2	Peat. 1	70	±50.0	260	±8.4	22300	±7.5	1.00	±9.2	3.75
	Peat. 2	70	±50.0	290	±6.9	25400	±5.3	0.90	±10.5	
	Peat. 3	70	±50.0	200	±5.9	21900	±3.7	0.90	±12.6	

Tabla 3. Parámetros biodinámicos alterados para tres peatones a frecuencias de marcha representativas.

Al acercarse a la frecuencia resonante efectiva del sistema acoplado, la envolvente de respuesta se amplía considerablemente, como se observa en la Figura 6 para las frecuencias de marcha de 2.0 y 2.3 Hz, donde la región gris representa la familia de respuestas simuladas generadas por todas las combinaciones admisibles de parámetros perturbados y la línea roja corresponde al registro experimental. El modelo produce una banda que engloba exitosamente la señal experimental durante toda la fase de carga, desde el transitorio inicial hasta el régimen estacionario y la vibración libre tras la salida de los peatones. El límite superior de la envolvente supera levemente los picos experimentales en ciertos instantes, indicando intervalos de incertidumbre conservadores, pero físicamente plausibles.



Organiza:

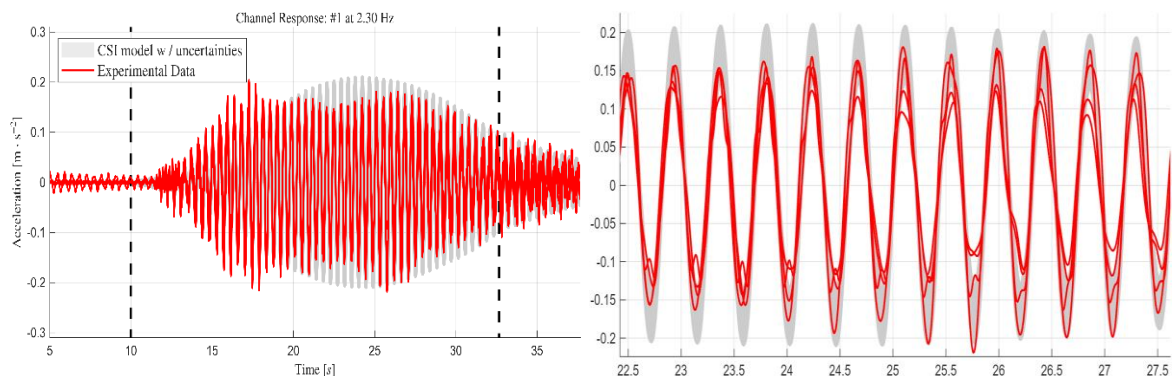


Figura 6. Familias de respuesta con incertidumbre comparadas con datos experimentales para tres peatones a 2.0 Hz y 2.3 Hz.

El coeficiente de amortiguamiento y la velocidad inicial exhiben las mayores incertidumbres relativas, reflejando la alta sensibilidad de la respuesta a variaciones en la capacidad de disipación de energía y en la intensidad de carga impulsiva de cada paso, consistente con lo reportado por Gomez et al. (2020) para un único peatón. Los parámetros nominales globales y los porcentajes de incertidumbre para tres peatones se presentan en la Tabla 4, donde se obtienen valores de PAR de hasta 7.3, confirmando que omitir la variabilidad biomecánica conduce a una subestimación sustancial del rango de respuesta estructural.

	$\bar{m}_p$ [kg]		$\bar{c}_p$ [N·s·m ⁻¹]		$\bar{k}_p$ [N·m ⁻¹]		$\dot{q}(t_0)$ [m·s ⁻¹]		PAR
	$\bar{m}_p$	$p_m(\%)$	$\bar{c}_p$	$p_c(\%)$	$\bar{k}_p$	$p_k(\%)$	$\dot{q}(t_0)$	$p_q(\%)$	
Peat. 1	70	±50.0	270	±59.9	17900	±40.7	0.60	±71.1	7.3
Peat. 2	70	±50.0	270	±64.0	18500	±39.5	0.60	±66.2	
Peat. 3	70	±50.0	280	±73.6	17800	±53.0	0.50	±62.8	

Tabla 4. Parámetros biodinámicos nominales promedio y porcentajes de incertidumbre global para la multitud de tres peatones.

Conclusiones

Este trabajo presentó un modelo robusto de interacción multitud-estructura validado sobre un puente peatonal de escala real. La formulación acoplada combina un modelo de múltiples grados de libertad del puente con osciladores masa-resorte-amortiguador con incertidumbres paramétricas que representan a los peatones. Junto con una estrategia de optimización híbrida, reprodujo satisfactoriamente la respuesta dinámica experimental para grupos de uno, dos y tres peatones, con errores de modelo J no superiores al 25% en todos los escenarios y un IRE por debajo del 40%.

El marco de Transformación Lineal Fraccional permitió incorporar las

incertidumbres biomecánicas de forma estructurada y físicamente interpretable. Las envolventes de respuesta generadas englobaron la totalidad de los registros experimentales, alcanzando un valor de PAR global de hasta 7.3 para la multitud de tres peatones, lo que confirma que ignorar la variabilidad biomecánica subestima sustancialmente la respuesta estructural. Asimismo, los parámetros nominales de rigidez y amortiguamiento exhibieron una dependencia clara de la frecuencia de caminata, evidenciando que un único conjunto determinista de parámetros no basta para representar el comportamiento del peatón en todo el rango operativo.

Referencias

American Institute of Steel Construction (AISC). (2011). *Steel construction manual*.

American Institute of Steel Construction.

Bachmann, H. (1995). *Vibration problems in structures: Practical guidelines*. Springer Science & Business Media.

Calonge, J. D., Gomez, D., & Ortiz, A. R. (2023). Robust feedback models with structured uncertainties for human–structure interaction. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 202, 110681.

Dang, H. V., & Živanović, S. (2015). Experimental characterisation of walking locomotion on rigid level surfaces using motion capture system. *Engineering Structures*, 91, 141–154.

Ellingwood, B., & Tallin, A. (1984). Structural Serviceability: Floor Vibrations. *Journal of Structural Engineering*, 110(2), 401–418.
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1984\)110:2\(401\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1984)110:2(401))

García-Diéguez, M., & Zapico-Valle, J. L. (2018). Sensitivity of the vertical response of footbridges to the frequency variability of crossing pedestrians. *Vibration*, 1(2), 290–311.

Gomez, D., Dyke, S. J., & Rietdyk, S. (2018). Experimental Verification of a Substructure-Based Model to Describe Pedestrian–Bridge Interaction. *Journal*

of Bridge Engineering, 23(4), 04018013.

[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)BE.1943-5592.0001204](https://doi.org/10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0001204)

Gomez, D., Dyke, S. J., & Rietdyk, S. (2020). Structured uncertainty for a pedestrian-structure interaction model. *Journal of Sound and Vibration*, 474, 115237.

Gomez, D., Rietdyk, S., & Dyke, S. J. (2021). Spatio-temporal assessment of gait kinematics in vertical pedestrian-structure interaction. *Structures*, 31, 1199–1206. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2021.02.024>

Gomez, D., Silva, C. E., Dyke, S. J., & Thomson, P. (2015). Interactive Platform to Include Human-Structure Interaction Effects in the Analysis of Footbridges. In J. Caicedo & S. Pakzad (Eds.), *Dynamics of Civil Structures, Volume 2* (pp. 59–65). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-15248-6_6

Gómez, D., Villamizar, S., & Ortiz, A. (2022). Serviceability analysis for human-induced vertical vibration on pedestrian structures. *Revista UIS Ingenierías*, 21(3), 135–152.

Lopez, S. A., Gomez, D., Ortiz, A. R., & Villamizar, S. (2025). Integrating feedback control for improved human-structure interaction analysis. *Frontiers in Built Environment*, 10, 1524027. <https://doi.org/10.3389/fbuil.2024.1524027>

Mena-Sanchez, D., Garcia-Troncoso, N., Alfonso, W., Ortiz, A. R., & Gomez, D. (2025). Data-driven models for human–structure interaction based on MLP and NARX neural networks. *Frontiers in Built Environment*, 11, 1672716. <https://doi.org/10.3389/fbuil.2025.1672716>

Racic, V., Pavic, A., & Brownjohn, J. M. W. (2009). Experimental identification and analytical modelling of human walking forces: Literature review. *Journal of*

Sound and Vibration, 326(1–2), 1–49.

Sánchez, J. A., Gomez, D., & Thomson, P. (2013). Analysis of human-structure interaction in footbridges in Santiago de Cali. *Dyna*, 80(177), 86–94.

Van Nimmen, K., Lombaert, G., De Roeck, G., & Van den Broeck, P. (2017). The impact of vertical human-structure interaction on the response of footbridges to pedestrian excitation. *Journal of Sound and Vibration*, 402, 104–121.

Villamizar, S., Gómez, D., & Thomson, P. (2014). Effects of human-structure interaction in slabs. *Dyna (0012-7353)*, 81(184).

Zhou, K., & Doyle, J. C. (1998). *Essentials of robust control* (Vol. 104). Prentice hall Upper Saddle River, NJ.

Živanović, S., Pavic, A., & Reynolds, P. (2005). Vibration serviceability of footbridges under human-induced excitation: A literature review. *Journal of Sound and Vibration*, 279(1–2), 1–74.