

## VERIFICACIÓN A PANDEO DE CÁSCARAS CILÍNDRICAS DE PARED DELGADA MEDIANTE MÉTODOS NUMÉRICOS

Torres Ortiz, Felipe<sup>a</sup>; Ameijeiras, Mariano P.<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup> Universidad Nacional de Córdoba, FCEFyN, [felipe.torres.ortiz@mi.unc.edu.ar](mailto:felipe.torres.ortiz@mi.unc.edu.ar)

<sup>b</sup> Universidad Nacional de Córdoba, FCEFyN e Instituto de Estudios Avanzados en Ingeniería y Tecnología, CONICET/UNC, Córdoba, Argentina, [m.ameijeiras@unc.edu.ar](mailto:m.ameijeiras@unc.edu.ar)

**Palabras clave:** pandeo, cáscaras cilíndricas, eurocódigo

### RESUMEN

El diseño y verificación a pandeo de cáscaras metálicas de pared delgada presenta un desafío debido al comportamiento poscrítico inestable, y su alta sensibilidad frente a imperfecciones constructivas. El problema se acentúa para acciones que no son clásicas, y estados de cargas combinados como es el caso de torres para aerogeneradores. Para estos casos, no están reglamentadas expresiones de verificación. En este trabajo se verifica una torre de acero cilíndrica y de pared delgada utilizada como soporte para un aerogenerador para estados de carga combinados. Para ese fin, se utilizan dos técnicas reconocidas dentro de las normativas europeas, y que se vienen desarrollando hace algunos pocos años. En primer lugar, se plantea la verificación ajustando dos estados límites extremos: pandeo sobre la trayectoria lineal (LBA, *Linear Buckling Analysis*) y análisis no lineal mecánico (MNA, *Materially Nonlinear Analysis*). Luego, los resultados obtenidos se comparan con análisis no lineales geométricos y mecánicos introduciendo imperfecciones obtenidas del análisis LBA (GMNIA, *Geometrically and Materially Nonlinear Analysis*). Para torres cilíndricas de pared delgada, como las utilizadas en aerogeneradores, y para las combinaciones típicas de cargas de esas estructuras analizadas en este trabajo, la metodología de diseño LBA-MNA da resultados próximos a análisis más completos para los casos de curva con compresión dominante.

### ABSTRACT

*The design and buckling verification of thin-walled metal shells presents a challenge due to their unstable post-critical behavior and high sensitivity to construction imperfections. This problem is exacerbated for non-classical loads and combined load cases, such as those encountered in wind turbine towers. For these cases, verification methods are not regulated. This paper verifies a thin-walled, cylindrical steel tower used as a support for a wind turbine under combined load cases. To this end, two techniques recognized within European standards, and developed in recent years, are used. First, the verification is performed by adjusting two extreme limit states: linear buckling analysis (LBA) and materially nonlinear analysis (MNA). Then, the results obtained are compared with geometric and materially nonlinear analyses incorporating imperfections obtained from the LBA analysis (GMNIA). For thin-walled cylindrical towers, such as those used in wind turbines, and for the typical load combinations of these structures analyzed in this work, the LBA-MNA design methodology gives results close to more complete analyses for cases of interaction curve with dominant compression.*

## 1. Introducción

La verificación del diseño de estructuras metálicas de pared delgada requiere una evaluación no trivial de resistencia. La complejidad radica en el fenómeno del pandeo de cáscaras, caracterizado por un comportamiento poscrítico inestable de falla súbita y una sensibilidad extrema a las imperfecciones constructivas inevitables. Estos efectos varían según la geometría, el caso de carga y las condiciones de apoyo. Estas dificultades se intensifican cuando se analizan estados de cargas combinados, sobre los cuales aún no existe un consenso normativo ni un procedimiento unificado para su tratamiento.

Esta evaluación cobra especial relevancia en el escenario actual de transformación de la matriz energética. La transición hacia fuentes renovables, impulsada por la problemática ambiental, ha posicionado a la energía eólica como uno de los pilares fundamentales de generación. En este contexto, la tendencia de la ingeniería estructural apunta hacia diseños cada vez más esbeltos y livianos, motivada tanto por el avance en materiales de alta resistencia como por la necesidad de optimizar costos y pesos [1]. Por eso, es necesario desarrollar métodos eficientes de diseño y verificación para torres de aerogeneradores para garantizar la viabilidad técnica y económica de estos sistemas.

Históricamente, el estudio de la inestabilidad en cáscaras se basó en simplificaciones considerables debido a la naturaleza altamente no lineal del fenómeno. Entre estas aproximaciones se destacan la consideración de estados de tensión uniformes, la linealización de ecuaciones y el establecimiento de límites empíricos conservadores. Con la llegada y la extensa disponibilidad de rutinas libres y comerciales que aplican el Método de los Elementos Finitos (MEF), se abrió la posibilidad de resolver los problemas más complejos a través de un método en el cual se realizan análisis computacionales considerando no linealidades geométricas y de material con la inclusión de imperfecciones iniciales por parte del usuario, conocido como GMNIA (Geometrically and Materially Nonlinear Analysis with Imperfections). No obstante, la adopción de estas herramientas sofisticadas es, en ocasiones, muy laboriosa desde el punto de vista de un diseño práctico, plantea desafíos significativos para el analista, y muchas veces desvía la atención de la comprensión física del fenómeno.

El desafío más grande es la determinación de la imperfección crítica: aquella que represente la condición más desfavorable y probable a la vez. La sensibilidad a las imperfecciones de las cáscaras es tal que, aunque generalmente la resistencia disminuye al aumentar la amplitud de la misma, existen configuraciones donde ocurre lo contrario. Asimismo, ciertas desviaciones geométricas pueden desvanecer el fenómeno de bifurcación en la trayectoria de equilibrio, suavizando la transición hacia el post-pandeo. Estos factores, sumados al hecho de que en ocasiones la imperfección crítica modelada tiene una probabilidad de ocurrencia mínima según el método de fabricación utilizado, convierten al GMNIA en un proceso laborioso y costoso, cuya justificación económica suele quedar restringida a la producción a gran escala o a industrias de alta criticidad, como la aeroespacial [2].

En la práctica convencional, el análisis GMNIA ha servido principalmente para calibrar expresiones de cálculo manual basado en tensiones. Sin embargo, estas fórmulas son precisas sólo para casos geométricos y condiciones de carga elementales. Ante sistemas estructurales innovadores sometidos a estados de carga combinados, este enfoque pierde precisión, haciendo que los resultados deriven en un conservadurismo

excesivo o, en el peor de los casos, comprometer la seguridad estructural al alejarse de los escenarios ideales de calibración.

Bajo este contexto, han surgido **enfoques sistémicos** con mayor flexibilidad y capacidad para profundizar en la interacción de los parámetros que gobiernan el fenómeno. Entre ellos se destacan el procedimiento LBA-MNA (*Linear Buckling Analysis - Materially Nonlinear Analysis*) y el RRD (*Reference Resistance Design*).

La especificación más completa referente al cálculo de cáscaras bajo acciones estáticas es el Eurocódigo 3, Parte 1-6 (2023): Resistencia y Estabilidad de Estructuras de Cáscaras [3]. Allí se reconocen 4 posibles tratamientos permitidos en la verificación de este tipo de estructuras utilizando el método de los elementos finitos. El primero de ellos consiste en una verificación por tensiones, que permite utilizar el análisis lineal simple (LA, *Linear Analysis*) y cuya salida son las tensiones membranales resultantes. La verificación se basa en la comparación de estas últimas con una resistencia obtenida a través de cálculos manuales simplificados. Este tipo de verificación es puntual y no puede abarcar el reconocimiento del pandeo local y/o global.

El segundo es una metodología basada en el uso de una *curva de capacidad* generalizada la cual permite obtener una resistencia característica que facilita la verificación del pandeo con las condiciones que impone el sistema. Para aplicar el método se obtienen dos resistencias de referencia asociadas a estados idealizados utilizando el MEF. La primera de ellas es la resistencia elástica crítica ( $R_{cr}$ ), obtenida a través de un análisis de bifurcación lineal (LBA), y la segunda es la resistencia de colapso plástico ( $R_{pl}$ ), que es el resultado de realizar un análisis de material no lineal (MNA).

El tercer método utiliza expresiones de verificación manual para geometrías y casos de cargas específicas, que son fáciles de aplicar por el usuario (RRD). La construcción y calibración de esas curvas queda del lado de la comunidad científica y es desconocida por el diseñador al que se le ofrece una expresión algebraica de aplicación simple y que se logra realizando una gran cantidad de simulaciones computacionales variando parámetros para el mismo sistema estructural.

Por último, se reconoce el mencionado análisis no lineal completo (GMNIA), que es capaz de otorgar la estimación de resistencia más realista pero está acompañado de una gran cantidad de desafíos por parte del analista.

El presente trabajo se centra en la evaluación y verificación independiente de la resistencia de una torre de soporte de un aerogenerador de 8MW, enmarcada en un problema de diseño internacional [4]. Para ello, se empleará la metodología LBA-MNA, contrastando los resultados con un análisis GMNIA de referencia. Conviene aclarar que, si bien la acción del viento posee una naturaleza dinámica, para los fines de este estudio se tratará como una sollicitación estática equivalente, representada por una carga concentrada en el extremo superior.

La elección de la metodología LBA-MNA responde a su versatilidad para aplicarse a modelos estructurales tanto convencionales como innovadores. Representa un punto de equilibrio técnico: aunque exige un mayor esfuerzo de cálculo que el método RRD —al requerir la obtención de dos resistencias de referencia—, evita la engorrosa tarea de calibración de expresiones por parte del investigador, las cuales no existen para el caso de diseño aquí tratado. Además, el desarrollo de las fórmulas de verificación a través del método RRD requieren un herramental computacional lo suficientemente

sofisticado como para poder realizar una gran cantidad de simulaciones para diversos casos en un tiempo razonable.

La normativa vigente estipula procedimientos para casos de carga simples (por ejemplo flexión o compresión pura), pero existe un vacío sobre cómo proceder ante la combinación de estos estados. En este trabajo se propone, por tanto, efectuar los análisis que definen las anclas de la curva (LBA y MNA) y seleccionar criteriosamente alguna de las *curvas de capacidad* disponibles en el Eurocódigo 3 para realizar la verificación. Los resultados se contrastan con GMNIA, utilizando imperfecciones iniciales con la forma de los modos de pandeo sobre la trayectoria lineal.

### 1.1 El método LBA-MNA

Esta metodología tiene como objetivo evaluar la resistencia estructural de manera versátil, permitiendo su aplicación a una amplia diversidad de configuraciones. En el ámbito de las estructuras de pared delgada, los comportamientos resultan particularmente complejos y dependen de factores como la naturaleza de las cargas, la geometría, las condiciones de contorno y las imperfecciones iniciales. Este método de verificación es capaz de integrar la no linealidad del material (incluyendo el endurecimiento o ablandamiento posterior), la inestabilidad, y la transición entre ellos a través del uso de una herramienta gráfica conocida como *curva de capacidad generalizada que describe a través de una serie de parámetros de interacción cómo varía la resistencia de un sistema estructural al variar su esbeltez*. Es un método sistémico y no puntual, a diferencia de enfoques previos que se centraban en el estado de tensiones de puntos críticos [5]. Esto permite captar fenómenos como el pandeo, que no se produce por alcanzar una determinada tensión en un punto, sino que se desarrolla a lo largo de una zona caracterizada por una cierta longitud de onda, sean locales o globales.

En el pasado, se desarrollaron *curvas de capacidad* como una herramienta para evaluar el comportamiento de un miembro estructural en particular ante cargas de compresión (e.g., pandeo de columnas, pandeo lateral de vigas, pandeo de placas). En esta nueva formulación, se propone unir todas aquellas curvas en una única, aplicable a cualquier sistema, cuyos parámetros definen la relación entre el fenómeno físico y la forma de la curva.

El procedimiento se basa en la determinación inicial de dos resistencias de referencia asociadas a estados ideales, y que se obtienen mediante el MEF. La resistencia elástica crítica,  $R_{cr}$ , se obtiene como el menor de los autovalores que se extraen de un análisis de bifurcación lineal (LBA), mientras que la resistencia de colapso plástico,  $R_{pl}$ , surge de un análisis con material no lineal mecánico cuando ya no pueden aumentar las cargas (MNA). En ambos casos (LBA y MNA), se omite la no linealidad geométrica, cuyo efecto se integra posteriormente mediante parámetros de interacción específicos. La normativa europea permite que el análisis MNA se realice con una formulación de material ideal elasto-plástica perfecta (sin endurecimiento) debido a que la influencia de la ganancia de resistencia por deformación no es relevante en este tipo de estructuras. Además de las resistencias, estos análisis son útiles porque dan una idea de la ubicación de los sectores críticos.

Obtenidas esas magnitudes se define el parámetro de esbeltez relativa ( $\lambda$ ), que posiciona a la estructura en algún punto de la *curva de capacidad* que la describe:

$$\underline{\lambda} = \sqrt{\frac{R_{pl}}{R_{cr}}} \quad (1)$$

Esta definición permite uniformar el tratamiento de cualquier sistema estructural bajo un marco común que permita tratar con diferentes tipos de estructuras bajo diversos estados de carga.

Adoptada por el Eurocódigo 3 (Parte 1-6) en 2005 y basada en la propuesta original de Rotter [5], la *curva de capacidad* se ilustra en la Figura 1. La misma permite evaluar la resistencia para los distintos comportamientos o mecanismos de falla de un mismo sistema estructural. Allí se vincula la esbeltez relativa representada en el eje de abscisas con el coeficiente de reducción por pandeo ( $\chi$ ) en ordenadas. Este coeficiente relaciona la resistencia característica del sistema ( $R_k$ ), la cual representa la verdadera resistencia del conjunto (y es la que se obtendría a través de ensayos o mediante el análisis sofisticado GMNIA), con la resistencia plástica:

$$R_k = \chi * R_{pl} \quad (2)$$

La curva de capacidad divide el comportamiento de un sistema en 3 regímenes según la esbeltez relativa del mismo. Para los sistemas que se encuentran en la zona de endurecimiento plástico en donde la resistencia es igual o mayor a la plástica ( $\underline{\lambda} \leq \underline{\lambda}_0$ ), el coeficiente de reducción se puede obtener a través de la siguiente expresión:

$$\chi = \frac{R_k}{R_{pl}} = \chi_h - (\chi_h - 1) \left( \frac{\underline{\lambda}}{\underline{\lambda}_0} \right) \quad (3)$$

Por otra parte, cuando la estructura se encuentra en la zona elasto-plástica ( $\underline{\lambda}_0 \leq \underline{\lambda} \leq \underline{\lambda}_p$ ) en donde hay una interacción entre el pandeo elástico y el colapso plástico, se tiene:

$$\chi = 1 - \beta \left[ \frac{\underline{\lambda} - \underline{\lambda}_0}{\underline{\lambda}_p - \underline{\lambda}_0} \right]^\eta \quad (4)$$

Finalmente, en aquellos sistemas esbeltos que se encuentran en la región de pandeo elástico ( $\underline{\lambda}_p \leq \underline{\lambda}$ ) se cumple:

$$\chi = \frac{\alpha}{\lambda^2} \quad (5)$$

En estas ecuaciones,  $\lambda_p = \sqrt{\frac{\alpha}{1-\beta}}$  es el límite de influencia de los efectos plásticos,  $\lambda$  es la esbeltez relativa del sistema,  $\lambda_0$  es la esbeltez límite para el inicio de la interacción elasto-plástica (límite del comportamiento de aplastamiento plástico),  $\alpha$  es el factor de reducción elástica que representa la sensibilidad a imperfecciones iniciales y a las no linealidades geométricas,  $\beta$  es el factor de rango plástico que indica el punto en donde los efectos de plasticidad impactan significativamente en la resistencia,  $\eta$  es el exponente de interacción que define la severidad de la transición entre el comportamiento plástico y el elástico, y  $\chi_h$  es el factor de endurecimiento teórico con esbeltez relativa nula. Todos ellos son conocidos como los parámetros de interacción y definen las características de la *curva de capacidad* de un determinado sistema estructural. Estos parámetros los aporta la comunidad científica y la especificación, y se obtienen a través de la realización de múltiples simulaciones computacionales GMNIA para estructuras bajo estados de carga específicos.

Los parámetros de interacción actualmente disponibles están en el estándar europeo definidos para diferentes tipos de estructuras de cáscaras cilíndricas de pared delgada ordenados para casos de carga específicos. Los parámetros de capacidad disponibles son para estructuras sometidas a estados de tensión uniformes y bajo cargas simples. Sin embargo, no existen casos de estados de carga combinados.

Actualmente, existen curvas para: cáscaras cilíndricas sometidas a un esfuerzo de compresión axial uniforme, esfuerzo de compresión circunferencial, flexión global uniforme, y momento torsor. Por lo tanto, el desafío de este tipo de verificaciones es el de seleccionar una *curva de capacidad* disponible que represente de forma adecuada el comportamiento del sistema estructural.

Elegida la *curva de capacidad* adecuada, y determinada la esbeltez estructural relativa, se determina el coeficiente de reducción por pandeo  $\chi$  con las ecuaciones (3), (4) o (5), y se calcula la resistencia característica del caso a través de la ecuación (2). Finalmente, la verificación se hace sobre la resistencia de diseño, que se obtiene al hacer uso de un coeficiente de seguridad parcial que cubre la posible incertidumbre sobre la respuesta del sistema ante fenómenos de inestabilidad  $\gamma_{M1}$  (igual a 1.1 en la normativa europea):

$$R_d = \frac{R_k}{\gamma_{M1}} \quad (6)$$

Se dice que un determinado sistema estructural resiste la acción del estado de cargas de diseño,  $F_{Ed}$ , cuando se cumple que  $R_d \geq F_{Ed}$ .

El atractivo de la metodología LBA-MNA reside en su robustez y flexibilidad. No obstante, es preciso señalar que este enfoque verifica la capacidad portante y los mecanismos de falla en las ubicaciones críticas de la estructura, sin proporcionar

necesariamente una visión global de la reserva de resistencia en otras regiones del sistema estructural o un mapa de criticidad de la misma en diferentes lugares. Esto hace que el método sea útil para la verificación pero no para optimizar un determinado diseño.

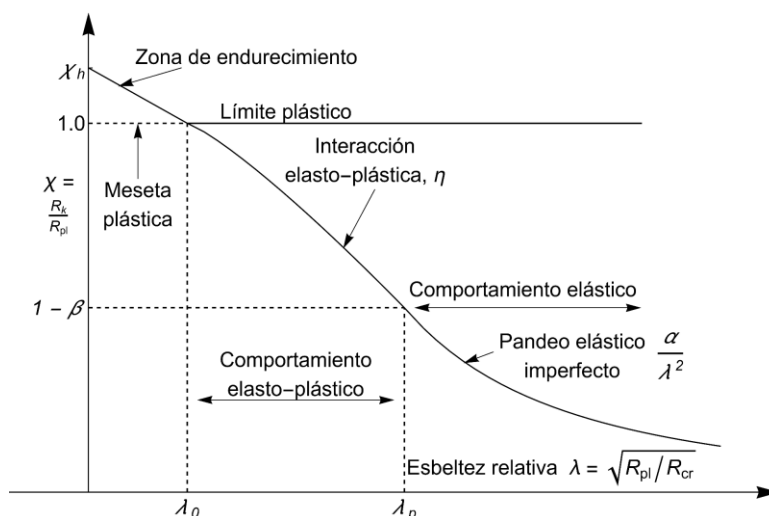


Figura 1: Curva de capacidad generalizada. Figura adaptada de [2].

## 2. Estudio de caso

La geometría de la torre de soporte se caracteriza por una serie de 16 segmentos de distintos espesores de forma cilíndrica (o cónica) como se ilustra en la Figura 2. En la misma se encuentra también una presentación de las dimensiones principales de cada segmento y el sistema de coordenadas utilizado en el caso de estudio. Allí, el parámetro  $\beta$  es el ángulo de inclinación en la dirección meridional de cada tramo de la torre cilíndrica medido con respecto a la vertical, mientras que  $d_1$  y  $d_2$  son los diámetros medidos en los extremos superior e inferior respectivamente.

Los valores de las dimensiones principales de cada tramo de la estructura se encuentran en la Tabla 1 del trabajo de referencia [4]. En la misma, se define  $\rho = 1/2 (r_1 + r_2) \sec \beta$ , que es el radio de curvatura circunferencial promedio y  $l = h \sec \beta$ , es la longitud meridional de un segmento. Otro parámetro de importancia a los fines de la verificación es la relación de esbeltez media de la torre, cuyo valor es igual a  $\rho/t = 170.07$ .

En base a esto, se hallan los valores de los parámetros característicos de longitud adimensional  $\omega$  y  $\Omega$ , utilizados por el estándar europeo para clasificar el comportamiento de una torre como el de un cilindro corto, mediano o largo. El valor equivalente de estos parámetros para la estructura completa se obtiene como la sumatoria de las contribuciones de los segmentos, resultando en  $\Sigma \omega = 185.10$  y  $\Sigma \Omega = 1.09$ .

El material es un acero S355J0 (similar a ASTM A572 Gr. 50), con tensión de fluencia  $\sigma_y = 345 \text{ MPa}$  y para el resto de las propiedades mecánicas se ha adoptado  $E = 210 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0.3$  y una densidad de  $7850 \text{ kg/m}^3$ .

Se verifican dos estados de cargas mayoradas ( $F_{Ed}$ , según la nomenclatura utilizada por el Eurocódigo). Todas las cargas (a excepción del peso propio) se aplican de forma puntual en el centroide geométrico del extremo superior de la cáscara.

El estado  $F_{Ed1}$  se caracteriza por tener una fuerza horizontal  $Q = 1.76MN$  y un momento  $M = 33MNm$  simulando la acción del viento, y una fuerza vertical  $V = 4MN$  que representa el peso del generador y a través de la densidad se modela el peso propio. Al estado  $F_{Ed2}$  se le añade un momento torsor  $T = 22MNm$ , cuyo vector de acción sigue el eje axial de la torre, y el resto de las acciones son ligeramente diferentes al estado 1:  $Q = 1.6MN$ ,  $M = 30MNm$ ,  $V = 4MN$ .

Se restringen la totalidad de los grados de libertad en el borde inferior. Superiormente, la torre es libre de desplazarse y rotar.

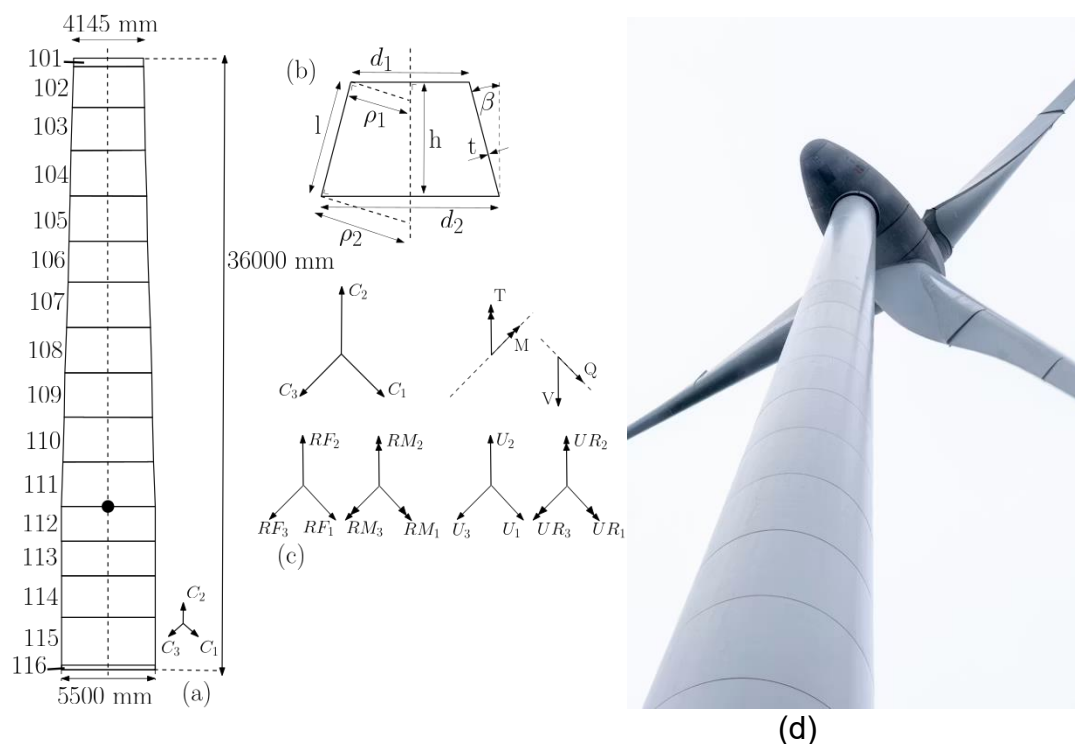


Figura 2: Presentación de la torre de soporte de un aerogenerador. (a) Geometría de la torre de soporte de un aerogenerador de 8MW. Cada uno de los segmentos es de un espesor constante en toda su longitud. Figura adaptada de [4]. (b) Dimensiones principales de un segmento. (c) Sistemas de coordenadas adoptado. Direcciones de las cargas aplicadas, desplazamientos y reacciones de vínculo. (d) Fotografía de una torre de soporte de un aerogenerador.

## 2.1 Descripción del modelo

Para realizar la representación computacional de la estructura se utilizó el software de elementos finitos ABAQUS (2024) [6]. Para el mallado de la torre se utilizó un elemento de cáscara cuadrilátero de cuatro nodos con integración reducida denominado como S4R. Se utilizó este elemento por ser de una formulación robusta para aplicaciones generales permitiendo capturar diversos fenómenos y optimizando el esfuerzo computacional. El criterio de mallado se basó en obtener una cantidad de elementos

suficiente para captar las ondas de pandeo de todos los modos del análisis LBA con un mínimo de 10 elementos en todas las direcciones. El procedimiento de refinamiento se basa en el protocolo de mallado de Sadowski [7]. Se obtuvo así una malla estructurada con una cantidad total de 116337 elementos con 116584 nodos.

Inicialmente se realizó un análisis lineal de tensiones LA con el objetivo de calcular la masa del conjunto estructural completo, las reacciones de apoyo y las tensiones de trabajo en ambos casos de carga. El peso total fue de  $0.66MN$ .

Para el caso  $F_{Ed1}$  las reacciones en la base de la torre son:  $RF_1 = -1.76MN$ ,  $RF_2 = 4.66MN$ ,  $RF_3 \approx 0MN$ ,  $RM_1 \approx 0MNm$ ,  $RM_2 \approx 0MNm$  y  $RM_3 = 96.1MNm$ . Para el caso  $F_{Ed2}$  las reacciones son  $RF_1 = -1.6MN$ ,  $RF_2 = 4.66MN$ ,  $RF_3 \approx 0MN$ ,  $RM_1 \approx 0MNm$ ,  $RM_2 = -22MNm$  y  $RM_3 = 87.4MNm$ .

Para el caso  $F_{Ed1}$  la tensión máxima de Von Mises medida sobre la superficie media es de 272MPa, específicamente en la intersección entre los segmentos 111-112 (punto negro en la Figura 1a). Para el estado 2 la tensión máxima de Von Mises medida sobre la superficie media, es 255MPa, en el mismo punto que el estado anterior. El punto sobre el cual se informa el estado tensional es de particular interés ya que como se verá posteriormente allí se concentra la deformación del análisis GMNIA para diversas imperfecciones en ambos estados de carga.

En un sistema de coordenadas cilíndricas tal que el eje 1 es longitudinal, la dirección 2 circunferencial y la dirección 3, transversal a la cáscara, y para el sector mencionado, en la Tabla 1 se muestra la tensión máxima en cada caso de carga para evaluar la importancia de cada componente de tensión. No se supera la tensión de fluencia en ningún elemento de la torre.

| Componente            | Tensión (MPa) $F_{Ed1}$ | Tensión (MPa) $F_{Ed2}$ |
|-----------------------|-------------------------|-------------------------|
| S11 (meridional)      | -241                    | -220                    |
| S22 (circunferencial) | -54                     | -50                     |
| S33 (transversal)     | 0                       | 0                       |
| S12 (Corte membranar) | 0.1                     | 31                      |

Tabla 1: Estado tensional de los elementos de máxima tensión de Von Mises de la intersección 111-112 con componentes medidas en la superficie media de la cáscara.

Para cada estado, a través del análisis LBA, se determinan los 10 primeros modos de pandeo. Además, se efectúa un análisis MNA y se obtiene  $R_{pl}$  a través del seguimiento de la trayectoria de equilibrio de un punto convenientemente elegido.

Para realizar los análisis LBA y MNA, se aplica en un primer paso las acciones de peso propio y  $V$ , y luego las cargas no gravitatorias ( $Q$ ,  $M$  y  $T$ ) se escalan hasta obtener acciones límite.

## 2.2 Resultados

Cuando se tienen estados de carga combinados, la definición de una resistencia característica se vuelve compleja. Es útil aquí, entonces, introducir la verificación a través de un factor de escala,  $\lambda$ , que actúa sobre el estado de cargas de base aplicado,  $F_{Ed}^0$ . La verificación exige que:

$$\begin{aligned} R_d^c &\geq F_{Ed}^0 \\ \frac{F_{Ed}^0 \gamma_{M1}}{R_k^0} &< 1 \\ \frac{F_{Ed}^0 \gamma_{M1}}{F_{Ed}^0 \lambda} &< 1 \\ \frac{\lambda}{\gamma_{M1}} &> 1 \end{aligned} \quad (7)$$

Donde  $R_d^c$  es la resistencia combinada de diseño. La estructura verifica correctamente una determinada combinación de cargas cuando el factor de escala, afectado por el factor de incertidumbre en la resistencia, supera la unidad.

En la Figura 2 (a-d) se encuentra una selección de los resultados LBA y MNA para cada estado de carga. Para el primer estado de carga, los modos se caracterizan por ondas de pandeo longitudinales localizadas en una región acotada de la torre (Figura 1a). En el análisis MNA (Figura 2b), en la intersección entre los segmentos 111-112, se observa un patrón de deformación no axisimétrica; uno de los bordes se deforma hacia el exterior de la cáscara y en el borde diametralmente opuesto hacia el interior.

La respuesta observada en el análisis MNA tiene su origen en la fase inicial de carga por peso propio y la geometría de esta región. En la transición entre los segmentos 111-112, se produce un encuentro entre una geometría cónica y una cilíndrica. Debido a la inclinación de las tensiones meridionales en el tramo superior, se genera una pequeña componente de tensión radial hacia el exterior en la junta, provocando un leve ensanchamiento de la sección a causa del peso propio del conjunto. Este estado de deformación previo a la aplicación del resto de cargas es de hecho una imperfección inicial con respecto a la geometría ideal.

Al aplicar el momento flector, se produce una distribución de tensiones membranales de compresión y tracción sobre la sección transversal. Esto ocasiona que en la zona comprimida, el ensanchamiento se amplifique ya que se produce una nueva componente de tensión radial en la misma dirección que la anterior. En cambio, en el extremo sometido a tracción aparece una componente radial en la dirección contraria a la de peso propio de magnitud considerablemente mayor, ocasionando así que este extremo se deforme hacia el interior de la cáscara.

Para el segundo estado de cargas, el análisis LBA (Figura 2b) se caracteriza por un patrón de deformaciones dominado por el esfuerzo de torsión con ondas de pandeo de gran longitud que abarcan varios segmentos de la torre. El análisis MNA (Figura 2d), produce un patrón similar al estado 1, con plastificación localizada en la intersección entre los segmentos 111-112 y además se encuentra una región de falla plástica en el segmento 103.

En la Tabla 2 se resumen los autovalores (cargas crítica elásticas) obtenidos a través de los análisis LBA. De este modo, las resistencias elásticas críticas para cada caso de carga son:  $R_{cr1} = 3.05$  y  $R_{cr2} = 1.41$ . Se observa que para los modos de cada estado de carga, los valores registrados tienen poca diferencia entre sí, lo cual es un indicio de la elevada sensibilidad a las imperfecciones geométricas iniciales en este tipo de estructuras.

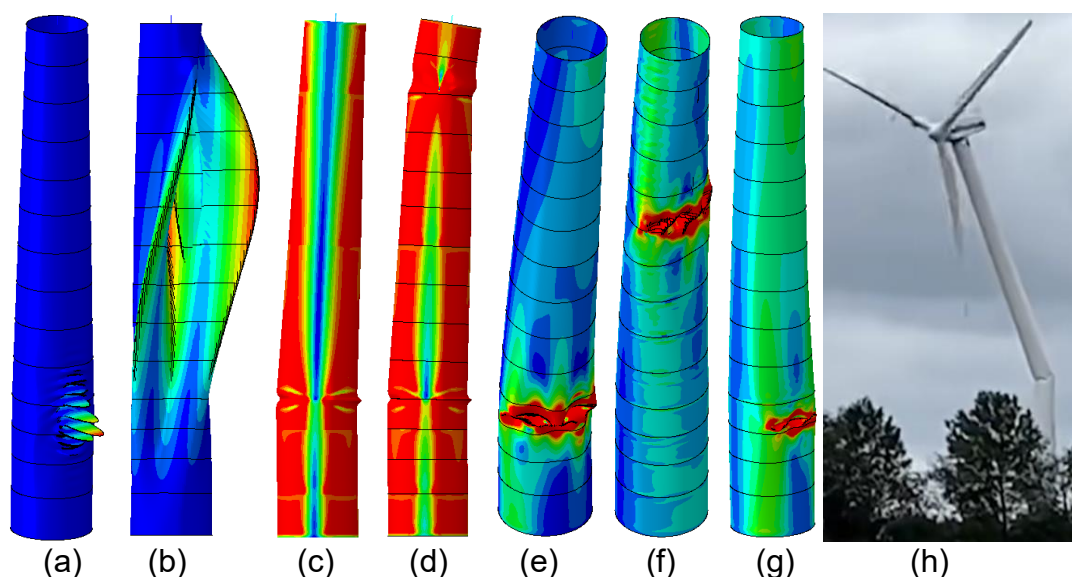


Figura 2: Salida de los análisis LBA, MNA y GMNIA en los estados de carga 1 y 2. (a) Modo 1 -  $F_{Ed1}$ . (b) Modo 1 -  $F_{Ed2}$ . (c) MNA -  $F_{Ed1}$ . (d) MNA -  $F_{Ed2}$ . (e) GMNIA -  $F_{Ed1}$  - imperfección de modo 1 del LBA en  $F_{Ed1}$  con amplitud de 15mm. (f) GMNIA -  $F_{Ed2}$  - imperfección de modo 1 del LBA en  $F_{Ed2}$  con amplitud de 15mm. (g) GMNIA -  $F_{Ed2}$  - imperfección de modo 1 del LBA en  $F_{Ed1}$  con amplitud de 2.82mm. (h) Fotografía de una falla por pandeo de una torre de soporte de aerogenerador.

| $F_{Ed}$  | Modo 1 | Modo 2 | Modo 3 | Modo 4 | Modo 5 | Modo 6 | Modo 7 | Modo 8 | Modo 9 | Modo 10 |
|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
| $F_{Ed1}$ | 3.046  | 3.053  | 3.114  | 3.119  | 3.134  | 3.138  | 3.171  | 3.176  | 3.180  | 3.180   |
| $F_{Ed2}$ | 1.414  | 1.414  | 1.580  | 1.580  | 1.702  | 1.702  | 1.803  | 1.803  | 1.896  | 1.896   |

Tabla 2: Autovalores del análisis LBA para los estados de carga 1 y 2.

En la Figura 3 se muestran las trayectorias del equilibrio MNA; en el eje de abscisas está el desplazamiento (Figura 3a), y la rotación (Figura 3d) del punto superior de la torre, y en el eje de ordenadas el factor que escala al estado de cargas base (LPF,

*Load Proportionality Factor*). No existe un consenso claro sobre cuál debe ser el punto de seguimiento de la trayectoria en la estructura, ni la componente a seguir. Las resistencias de colapso plástico se obtuvieron como el factor de escalado de cargas en el último incremento del análisis MNA y fueron  $R_{pl1} = 1.79$  y  $R_{pl2} = 1.89$ .

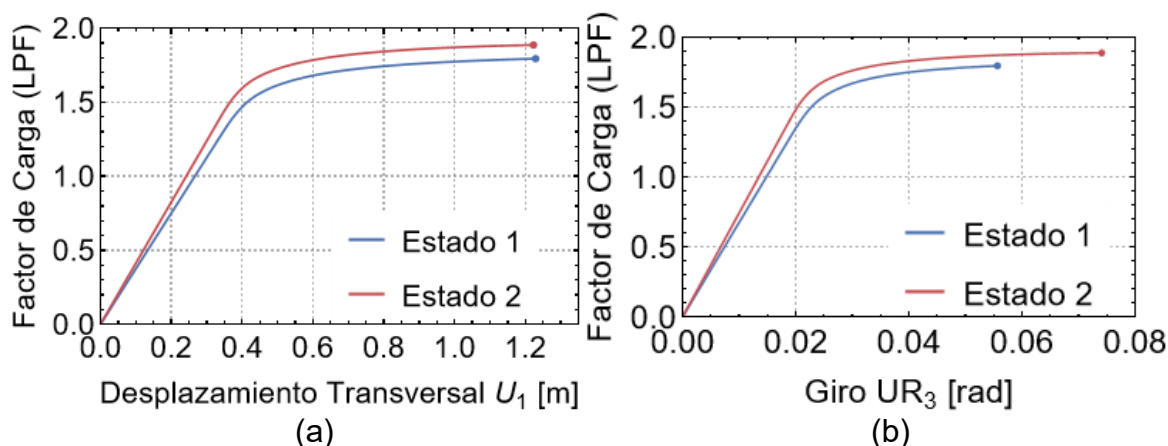


Figura 3: Curvas de salida del análisis MNA para los estados de carga 1 y 2. (a) Factor de proporcionalidad de Carga (LPF) vs Desplazamiento  $U_1$  en la dirección de la carga  $Q$ . (b) LPF vs Rotación  $UR_3$  en la dirección del momento flector  $M$ .

### 2.3 Verificación LBA-MNA

Para realizar la verificación LBA-MNA, se calculan los parámetros de la curva de capacidad. Para el cálculo se consideran utilizar los parámetros geométricos medios de la torre para poder aplicar el método al sistema estructural completo. Estos datos se encuentran en la Tabla 3.

| $r$ (m) | $t$ (m) | $h$ (m) | $\beta$ (rad) | $r/t$  | $\omega$ | $\Omega$ |
|---------|---------|---------|---------------|--------|----------|----------|
| 2.5     | 0.0147  | 35.3    | 0.0187        | 170.07 | 185.1    | 1.09     |

Tabla 3: Parámetros geométricos medios de la torre para calcular los parámetros de interacción.

La esbeltez relativa de la torre en cada estado de carga se calcula a partir de la ecuación (1), y es igual a 0.77 para  $F_{Ed1}$  y 1.16 para  $F_{Ed2}$ . Se calcularon los parámetros de interacción para todos los casos presentes en los anexos D y E del Eurocódigo para comparar sus curvas de capacidad. En la Figura 4, se muestran las curvas de capacidad correspondientes al caso de cilindro sometido a compresión axial (parámetros de subíndice  $x$ ), compresión circunferencial (subíndice  $\theta$ ), torsión (subíndice  $x\theta$ ) y flexión (subíndice  $xfl$ ). A través de las mismas y la esbeltez relativa del sistema, se ubica el punto de trabajo de la torre, y se determina el factor de reducción en la resistencia,  $\chi$ , con el cual se realiza la verificación.

Los parámetros de interacción se obtienen como función de las propiedades geométricas y de la amplitud de la imperfección  $\delta_0/t$  [3], que depende de la clase de calidad de la fabricación, que se toma como excelente (clase FTQC A, según la norma), siguiendo el ejercicio de diseño internacional en [4].

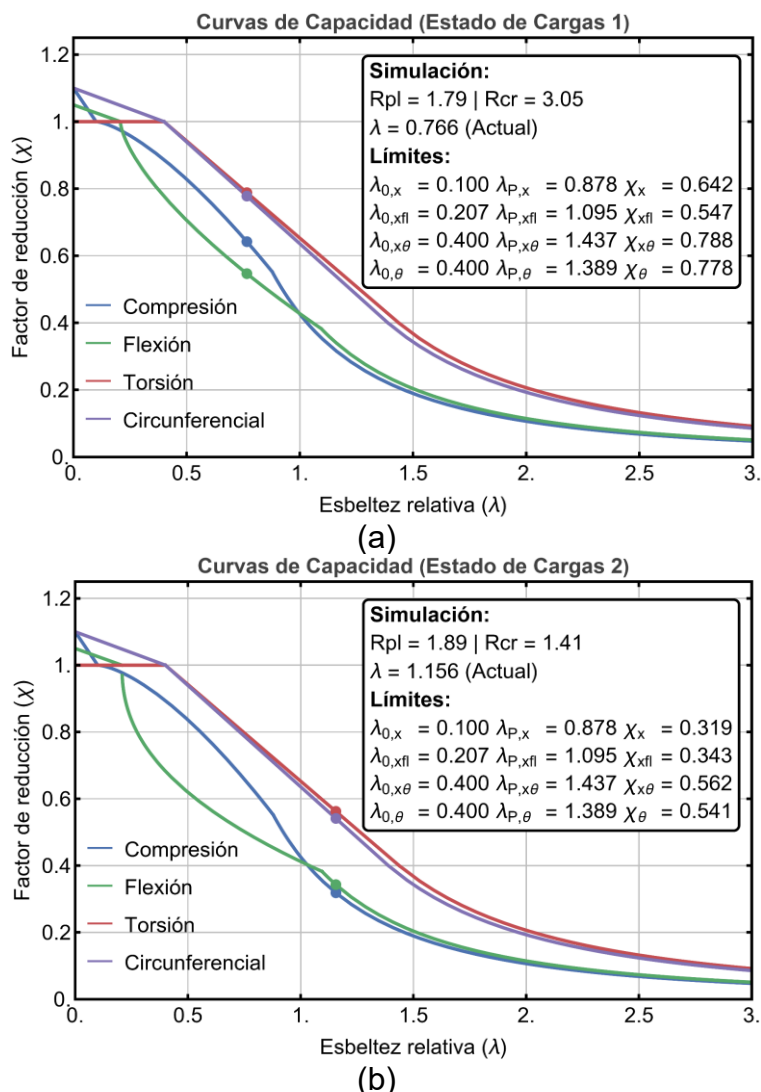


Figura 4: Comparación de las curvas de capacidad bajo distintos criterios de verificación en el estado de cargas 1 (a) y 2 (b).

La verificación LBA-MNA se realiza con las ecuaciones (2) y (6) para cada caso de carga, cuyos resultados se resumen en la Tabla 4. Los valores de la resistencia de diseño se informan como factores de escala sobre el estado de cargas combinado, según la ecuación (7). Para el primer estado de cargas, la torre verifica excepto cuando se usa la curva de flexión. En el segundo caso, la estructura no soporta las acciones bajo ninguna condición.

| Curva de capacidad | Compresión Axial | Flexión | Torsión | Compresión Circunferencial |
|--------------------|------------------|---------|---------|----------------------------|
| $R_{d1}$           | 1.045            | 0.89    | 1.282   | 1.266                      |
| $R_{d2}$           | 0.548            | 0.59    | 0.966   | 0.93                       |

Tabla 4: Resistencias de la verificación LBA-MNA para los estados de carga 1 y 2.

Es una problemática actual determinar adecuadamente la curva de capacidad del estándar europeo que represente de la forma más realista el fenómeno de la estructura a verificar. Un criterio posible es tomar aquella curva que da el menor coeficiente de reducción  $\chi$ , sin embargo, puede resultar innecesariamente conservativo en algunos casos. Esta elección, debería realizarse en base al esfuerzo más representativo de los presentes en la torre. En la sección 2.5 del presente trabajo se presenta una propuesta para elegir la curva de verificación en estados combinados de cargas.

## 2.4 Comparación con análisis GMNIA

Se realizaron los análisis GMNIA con una imperfección inicial igual a la salida del primer modo del LBA para cada estado de carga. Según la norma, la amplitud de la imperfección debe ser consistente con la amplitud máxima permitida,  $\delta_0$ , que para la clase de fabricación de la torre es pequeña, y por lo tanto se evaluaron también las resistencias con imperfecciones iguales al espesor promedio de la cáscara (15mm). Las resistencias se obtienen como el factor de escala en las acciones en el último incremento del análisis, y se resumen en la Tabla 5. Las Figura 2 (e-g) muestran las configuraciones de rotura de los análisis GMNIA realizados, junto con una fotografía (Figura 2h) de una torre que falla en un lugar cercano al estimado por el análisis. La imperfección de modo 1 del LBA para el estado de cargas 2 (Figura 2b) es muy poco probable que ocurra en la realidad, siendo más verosímil la evaluación del estado de cargas 2 con una imperfección del primer modo LBA del estado de cargas 1 ( $F_{Ed\ 2}$ , modo 1 del LBA en  $F_{Ed\ 1}$  en la Tabla 5).

La elección de la imperfección crítica más probable es una tarea que requiere simulaciones con múltiples formas de desviación geométrica y diferentes amplitudes. Algunas posibilidades a considerar son imperfecciones que simulan el efecto de soldaduras, distintos modos de pandeo LBA [7], modos LBA con deformada de signo invertido, entre otros. En este trabajo se presentan sólo algunas opciones a fines de contrastar los resultados.

| Estado de carga (imperfección)               | $R_{GMNIA}$ | $R_d = \frac{R_{GMNIA}}{\gamma_{M1}}$ | Amplitud de la imperfección (mm) |
|----------------------------------------------|-------------|---------------------------------------|----------------------------------|
| $F_{Ed\ 1}$ (modo 1 del LBA en $F_{Ed\ 1}$ ) | 1.06        | 0.96                                  | 2.82                             |
| $F_{Ed\ 2}$ (modo 1 del LBA en $F_{Ed\ 2}$ ) | 1.05        | 0.95                                  | 11.34                            |
| $F_{Ed\ 2}$ (modo 1 del LBA en $F_{Ed\ 1}$ ) | 1.13        | 1.027                                 | 2.82                             |
| $F_{Ed\ 1}$ (modo 1 del LBA en $F_{Ed\ 1}$ ) | 0.729       | 0.663                                 | 15                               |
| $F_{Ed\ 2}$ (modo 1 del LBA en $F_{Ed\ 2}$ ) | 0.954       | 0.867                                 | 15                               |

Tabla 5: Resistencias de los análisis GMNIA realizados, junto con las amplitudes de imperfección utilizadas.

## 2.5 Una propuesta para la elección de la curva de capacidad

Para justificar la elección de la curva de capacidad adecuada, se propone utilizar el *procedimiento de los coeficientes de tensión relativa*  $k_i$ , que se encuentra en el estándar europeo en la sección 9.4.2 [3], el cual permite obtener la componente de tensión membranal dominante en una estructura de cáscara.

Primero se calculan los coeficientes que relacionan la tensión membranal con la resistencia correspondiente para las componentes de compresión meridional, circunferencial y corte membranal:

$$\begin{aligned} k_x &= \sigma_{x,Ed} / \sigma_{x,Rd} \\ k_\theta &= \sigma_{\theta,Ed} / \sigma_{\theta,Rd} \\ k_{x\theta} &= \tau_{x\theta,Ed} / \tau_{x\theta,Rd} \end{aligned} \quad (8)$$

Estos coeficientes indican qué tan cerca de la falla por pandeo de diseño está cada componente. En el numerador se encuentran las tensiones máximas (sin considerar efectos locales) que se obtienen con un análisis lineal (LA) al aplicar los estados de carga. En el denominador se tienen las tensiones por pandeo de diseño, calculadas con los anexos D y E del Eurocódigo aplicando el método de verificación por tensiones.

Al mayor de los coeficientes se lo denomina  $k_{max}$ , y los cocientes de los restantes con este ( $s_i = k_i / k_{max}$ ), evalúan la relación entre las distintas componentes de tensión. Si  $s_i < 0.3$  para todas las componentes, la verificación LBA-MNA se hace utilizando la curva asociada al estado de carga que produce la tensión dominante. En caso contrario, no hay una componente que domine sobre el resto y no se justifica la verificación con una de las curvas de capacidad de la norma.

Al aplicar el procedimiento a la torre de soporte, se llega a que  $k_{max}$  se produce por la componente de compresión meridional debida a la flexión en ambos estados de carga. Para el estado de carga 1, se había obtenido, por el procedimiento LBA-MNA,  $R_{d1} = 0.89$ . Al comparar estos resultados con los del GMNIA (segundo renglón de la Tabla 5), se observa que las relaciones de verificación son similares y en ambos casos la torre no verifica.

Las resistencias de verificación para el estado de cargas 2, calculadas con LBA-MNA ( $R_{d2} = 0.59$ ) y GMNIA ( $R_{d2} = 0.95, 1.027$  o  $0.867$ ) son muy distintas entre sí. Esta diferencia se debe a que el coeficiente de tensión de corte membranal  $k_{x\theta}$  representa más de un 70% de  $k_{max} = k_x$ . Por lo tanto, no es válido suponer que el estado tensional se encuentra dominado por una única componente, sino que se comporta como un caso de acciones combinadas.

### 3. Conclusiones

El presente trabajo permitió evaluar la seguridad estructural frente al pandeo de una torre de un aerogenerador de 8MW mediante métodos numéricos avanzados a través de los procedimientos recomendados por el estándar europeo. De acuerdo a los análisis realizados en este trabajo:

- El enfoque LBA-MNA es una herramienta robusta y versátil para la verificación de estructuras de cáscara con geometrías complejas y estados de carga combinados. Este método representa un equilibrio técnico y numérico, y evita la complejidad numérica y de la elección de imperfección de análisis GMNIA.
- La metodología LBA-MNA da resultados próximos a análisis más completos para los casos en donde una componente de tensión membranar domina por sobre el resto.
- Ante el vacío normativo del Eurocódigo 3 sobre cómo proceder en situaciones de carga combinada, el uso del *procedimiento de coeficientes de tensión relativa* ( $k_i$ ) podría permitir determinar la componente de tensión dominante para poder seleccionar la *curva de capacidad* adecuada.
- La verificación de la torre basada en una suposición de pandeo puramente elástico (solo realizando un análisis LBA y utilizando un factor de seguridad) resulta insuficiente y no conservadora, ya que no captura la posibilidad del comportamiento de naturaleza elasto-plástica del fenómeno real ni las imperfecciones iniciales. Los análisis LBA-MNA y GMNIA demuestran que la falla no es un evento de bifurcación pura, sino un proceso de interacción donde las imperfecciones geométricas y la plastificación local redirigen la respuesta de la torre.
- Se observó una extrema sensibilidad no solo a la amplitud, sino a la forma de la imperfección. En estados de carga combinados, como el  $F_{Ed2}$ , la adopción de un modo de imperfección u otro puede alterar completamente la configuración de colapso, haciendo que la estructura manifieste modos de deformación propios de otros estados de carga como se muestra en las Figuras 2 (f) y (g). Por lo tanto, el uso de metodologías no lineales es necesario para entender cómo las desviaciones geométricas específicas pueden activar mecanismos de falla intermedios.

#### 4. Bibliografía

- [1] J.G.A. Croll, A.C. Walker, Elements of Structural Stability, The Macmillan Press Ltd, London, 1972.
- [2] J.M. Rotter, Shell buckling design and assessment and the LBA-MNA methodology, Stahlbau 80 (2011) 791-803, <https://doi.org/10.1002/stab.201101491>.
- [3] EN 1993-1-6 (2021) "Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1-6: Strength and Stability of Steel Structures" Comité Européen de Normalisation, CEN, Brussels.
- [4] A.J. Sadowski, M. Seidel, H. Al-Lawait, E. Azizi, H. Balscheit, M. Bohm, L. Chen, I. van Dijk, C. Doerich-Stavridis, O.K. Fajuyitan, A. Filippidis, A.W. Fischer, C. Fischer, S. Gerasimidis, H. Karampour, L. Kathirkamanathan, F. Marten, Y. Mihara, S. Mishra, V. Sakharov, A. Shahini, S. Subramanian, C. Topkaya, H.N. R. Wagner, J. Wang, J. Wang, K.K. Yadav, X. Yun, P. Zhang, 8-MW wind turbine tower computational shell buckling benchmark. Part 1: An international 'round-robin' exercise, Eng. Fail. Anal. 148C (2023) 107124, <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2023.107124>.
- [5] J.M. Rotter, Stability and plasticity in structural analysis: a new conceptual framework, Advances in Steel Structures, Vol. II, Z.Y. Shen et al. (Eds.), Elsevier Ltd. (2005) 1815-1826.
- [6] ABAQUS (2024) "ABAQUS 2024 Commercial Finite Element Software and Documentation" Dassault Systemes, Simulia Corporation, Providence, RI, USA.
- [7] Adam J. Sadowski a, Marc Seidel, 8-MW wind turbine tower computational shell buckling benchmark. Part 2: Detailed reference solution.